

RELATÓRIO DE ANÁLISE DAS HIPÓTESES ATUARIAIS

Belo Horizonte/MG
Julho de 2024

Nº: 0056/2024

Adilson Moraes da Costa
Atuário Miba 1.032 – MTE-RJ



LÓGICA
CONSULTORIA
ATUARIAL

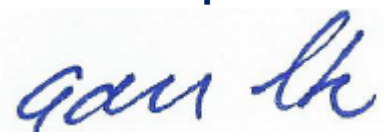
Unidade Gestora:
Prefeitura Municipal de Belo Horizonte

Período da Base dos Dados:
2019 a 2023

Data de Elaboração:
31/jul/2024

Número da Nota Técnica Atuarial:
Fundo Previdenciário - BHPREV: 2021.000182.2
Fundo Financeiro - FUFIN: 2021.000182.1

Atuário responsável:



Adilson Moraes da Costa
Atuário MIBA 1.032 – MTE-RJ

Sumário

1.	FUNDAMENTAÇÃO LEGAL	1
2.	CONTEXTUALIZAÇÃO	1
3.	HIPÓTESES ATUARIAIS ATUAIS	2
4.	INFORMAÇÕES ANALISADAS.....	2
5.	METODOLOGIA EMPREGADA PARA TÁBUAS BIOMÉTRICAS	2
5.1.	TESTE Z PARA TÁBUAS BIOMÉTRICAS	3
5.2.	TESTE QUI-QUADRADO.....	5
5.3.	TESTE KOLMOGOROV-SMIRNOV	6
6.1.	INTERVALO DE ANÁLISE.....	9
6.2.	RESULTADOS APURADOS – MORTALIDADE GERAL.....	10
7.1.	INTERVALO DE ANÁLISE.....	14
7.2.	RESULTADOS APURADOS – MORTALIDADE DE INVÁLIDOS	15
8.1.	INTERVALO DE ANÁLISE.....	17
8.2.	RESULTADOS APURADOS – ENTRADA EM INVALIDEZ.....	18
9.1.	BASES DE DADOS.....	20
9.2.	RESULTADOS APURADOS – CRESCIMENTO SALARIAL.....	22
10.1.	BASES DE DADOS.....	24
10.2.	RESULTADOS APURADOS – TEMPO MÉDIO PARA APOSENTADORIA APÓS ELIGIBILIDADE.....	24
11.	PARECER CONCLUSIVO	26
12.	ANEXO I - EXEMPLO DIDÁTICO SOBRE TESTE DE HIPÓTESES.....	27

1. FUNDAMENTAÇÃO LEGAL

Este documento visa atender aos requisitos do Processo Administrativo nº 01-006.045/23-39, cujo objeto é a prestação de serviços de atuária, incluindo serviços de consultoria e assessoria atuarial, para o Regime Próprio de Previdência Social dos Servidores Públicos do município de Belo Horizonte – RPPS – BH.

Mais especificamente, trataremos neste estudo sobre o item 1.15 do Anexo I do edital de licitação, qual seja: “REALIZAÇÃO DE ESTUDOS ESTATÍSTICOS PARA ELABORAÇÃO DE RELATÓRIO DE ANÁLISE DAS HIPÓTESES ATUARIAIS.”

2. CONTEXTUALIZAÇÃO

Este documento avalia a adequação das hipóteses atuariais à situação do plano de benefícios do Regime Próprio de Previdência Social-RPPS do Município de Belo Horizonte - MG; verifica sua aderência às características da massa de beneficiários do regime; e é conclusivo quanto à manutenção ou necessidade de alteração das hipóteses atuariais utilizadas nas avaliações atuariais anuais do RPPS.

A elaboração deste estudo técnico, além de representar uma boa prática de gestão do RPPS, atende ao impositivo legal previsto na Portaria MTP nº 1.467/22, transcrito a seguir:

“Art. 32. O Relatório de Análise das Hipóteses deverá ser elaborado, no mínimo, a cada 4 (quatro) anos e conter as assinaturas do profissional responsável pelo estudo e do dirigente da unidade gestora.”

Serão aplicados testes estatísticos e atuariais que indicarão a manutenção ou necessidade de alteração das seguintes hipóteses utilizadas nas avaliações atuariais:

- Taxa de sobrevivência de válidos e inválidos e de entrada em invalidez;
- Taxa real de crescimento das remunerações; e
- Tempo médio para aposentadoria após elegibilidade.

3. HIPÓTESES ATUARIAIS ATUAIS

As hipóteses atuariais adotadas na Avaliação Atuarial do RPPS de Belo Horizonte para o exercício 2023, e que serão analisadas neste estudo atuarial são as seguintes:

1. Tábuas Biométricas

- Tábua de mortalidade de válidos – fase laborativa e fase pós laborativa: AT-2000 Female (Desagravada em 25%);
- Tábua de mortalidade de inválidos: IBGE 2021 segregada por sexo;
- Tábua de entrada em invalidez: Álvaro Vindas.

2. Demográficas:

- Tempo médio para aposentadoria após elegibilidade: 2 anos.

3. Econômicas:

- Taxa real de crescimento da remuneração por mérito e produtividade: 1,89% real ao ano, conforme estudo realizado no último cálculo.

4. INFORMAÇÕES ANALISADAS

As análises realizadas neste estudo tomaram por base informações sobre servidores ativos, aposentados e pensionistas nos anos entre 2014 e 2023 expostos aos riscos de morte, entrada em invalidez e exoneração, relacionadas por idade e salário do segurado, bem como as ocorrências destes eventos.

5. METODOLOGIA EMPREGADA PARA TÁBUAS BIOMÉTRICAS

Neste tópico, apresentamos as metodologias empregadas para verificar a aderência das tábuas biométricas, quais sejam:

- Mortalidade Geral de Válidos,
- Mortalidade Geral de Inválidos;
- Entrada em Invalidez.

Os testes estatísticos empregados serão o Teste Z, o Teste Qui-quadrado e o Teste Kolmogorov-Smirnov. No Anexo I, apresentamos um exemplo didático sobre os principais conceitos do Teste de Hipóteses.

5.1. TESTE Z PARA TÁBUAS BIOMÉTRICAS

O teste Z de proporção é uma técnica estatística utilizada para verificar se a proporção de eventos observada entre os segurados é significativamente diferente da proporção de eventos esperada, conforme indicado pela tábua biométrica.

A proporção observada (\hat{p}) para uma amostra de tamanho n é dada por:

$$\hat{p} = \frac{x}{n}$$

Onde:

- x é o número de óbitos observados.
- n é o número total de indivíduos na amostra.

A proporção esperada (p_0) refere-se à probabilidade teórica de ocorrência do evento de acordo com a tábua de mortalidade utilizada como referência.

Portanto, temos a seguinte fórmula para calcular a estatística de teste:

$$Z_{calc} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$

Onde:

- \hat{p} é a proporção observada
- p_0 é a proporção esperada
- n é o tamanho da amostra

Cálculo do P-valor

O p-valor (ou valor-p) é uma medida utilizada em testes de hipóteses estatísticas para ajudar a determinar a significância dos resultados observados. Ele quantifica a probabilidade de obter resultados iguais ou mais extremos do que os observados, assumindo que a hipótese nula (H_0) seja verdadeira.

O p-valor no teste Z de proporção é a probabilidade de se observar uma estatística Z_{calc} pelo menos tão extrema quanto a calculada. O p-valor é calculado usando a função de distribuição acumulada da distribuição normal padrão.

Para um teste bilateral, o p-valor é calculado como:

$$p = 2 \times (1 - \Phi(|Z_{calc}|))$$

Onde Φ é a função de distribuição acumulada da normal padrão

Para o teste Z de proporção são consideradas as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: \hat{p} = p_0 \\ H_1: \hat{p} \neq p_0 \end{cases}$$

Onde:

- H_0 A proporção de eventos observada (\hat{p}) é igual à proporção de eventos esperada (p_0).
- H_1 A proporção de eventos observada (\hat{p}) é diferente da proporção de eventos esperada (p_0).

Análise do p-valor: Se o $p - valor \leq \alpha$ rejeita-se a hipótese nula (H_0), indicando que há uma diferença significativa entre as proporções observadas e esperadas. Contudo, se $p - valor > \alpha$, a hipótese nula não deve ser rejeitada, ou seja, podendo ser verdadeira.

Para o estudo em questão, foi adotado o nível de significância $\alpha = 0,05$.

5.2. TESTE QUI-QUADRADO

O teste estatístico Qui-Quadrado (X^2) é utilizado para comparar as frequências de eventos esperadas e observadas, verificando se há uma discrepância significativa entre elas.

A estatística X^2 mede a discrepância entre as frequências observadas (O_i) e as frequências esperadas (E_i) para diferentes categorias de idade (k). A fórmula utilizada para calcular a estatística de teste é a seguinte:

$$X_{calc}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Onde

- O_i representa a frequência observada na i -ésima categoria de idade.
- E_i representa a frequência esperada na i -ésima categoria de idade.
- k representa a frequência esperada na i -ésima categoria de idade.

Para determinar se as diferenças entre as frequências observadas e esperadas são estatisticamente significativas, a estatística Qui-Quadrado calculada (X_{calc}^2) é comparada com um valor crítico (X_{crit}^2) que é obtido a partir da Tabela de Distribuição Qui-Quadrado. Este valor crítico depende do grau de significância (α) e dos graus de liberdade do teste.

Os graus de liberdade (df) são calculados pela fórmula:

$$df = k - 1$$

Onde k é o número de categorias de idade

Cálculo do P-valor

Para calcular o p-valor, utilizamos a função de distribuição cumulativa da distribuição Qui-Quadrado. O p-valor é dado por:

$$\rho = 1 - X_{crit}^2(df)$$

No caso específico de verificação de aderência de tábua biométrica, são

considerados como eventos observados e estimados considerando a população de segurados e as respectivas probabilidades associadas a cada idade, de acordo com cada tábua biométrica testada. Portanto, temos as seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: f_0 = f_e \\ H_1: f_0 \neq f_e \end{cases}$$

Onde:

- H_0 : A tábua analisada está aderente à experiência da população estudada ou $f_0 = f_e$;
- H_1 : A tábua adotada não está aderente à experiência da população estudada ou $f_0 \neq f_e$;

Análise do p-valor

Se o p-valor $\leq \alpha$, rejeita-se a hipótese nula (H_0). Isso significa que a tábua analisada não está aderente à experiência da população estudada. Por outro lado, se o p-valor $> \alpha$, a hipótese nula não deve ser rejeitada, ou seja, pode ser verdadeira.

5.3. TESTE KOLMOGOROV-SMIRNOV

O teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) avalia se as curvas de probabilidade de ocorrência do evento observadas no plano são semelhantes às previstas pela tábua biométrica. Este teste compara a forma das distribuições acumuladas das probabilidades. Em termos práticos, ele verifica se a distribuição ao longo do tempo de eventos como mortes ou entradas em invalidez é parecida com a que a tábua sugere.

O teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) avalia se a função de distribuição acumulada observada de ocorrência do evento analisado é semelhante a função de distribuição acumulada previstas pela tábua biométrica.

Função de Distribuição Acumulada (FDA): representa a proporção cumulativa de eventos observados ou esperados até uma certa idade. Para uma amostra de idades X_1, X_2, \dots, X_n , temos:

$$ECDF(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(X_i \leq x)$$

Onde, I é a função indicadora que vale 1 se $X_i \leq x$, 0 em caso contrário.

Com base nas duas distribuições acumuladas calculadas a partir da FDA, a estatística D_i é calculada como a diferença absoluta entre as distribuições esperada e observada:

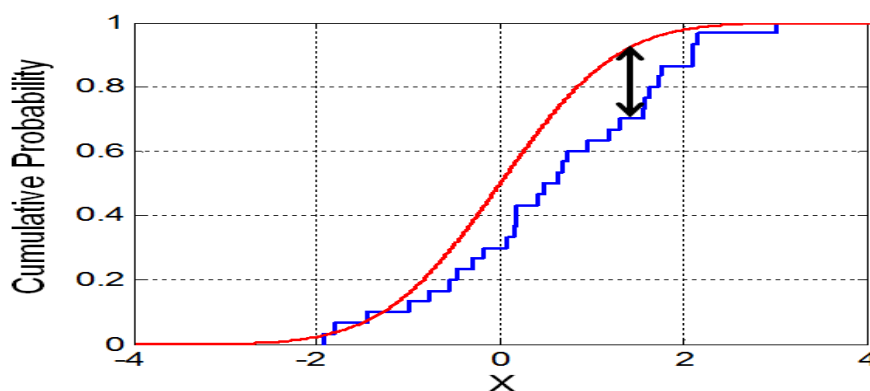
$$D_i = |F(x_i) - G(x_i)|$$

Onde:

- i representa a idade correspondente na tábua de mortalidade analisada.
- $F(x_i)$ é a função de distribuição acumulada para a distribuição esperada.
- $G(x_i)$ é a função de distribuição acumulada para a distribuição observada.

Portanto, a estatística KS quantifica a distância entre a função distribuição empírica da amostra e a função distribuição acumulada da distribuição da tábua biométrica, conforme gráfico seguinte.

Gráfico 1: Probabilidade acumulada



A curva denotada pela linha vermelha é a função de distribuição acumulada dada pela tábua biométrica analisada, a azul é a função de distribuição acumulada empírica, apurada a partir dos eventos observados e a seta preta é a estatística KS. Dessa forma, a estatística do teste KS é definida como a maior dessas distâncias absolutas (D_{calc}):

$$D_{calc} = \max |F(x_i) - G(x_i)|$$

As amostras são consideradas aleatórias, mutuamente independentes e discretas.

Para determinar se as diferenças entre as distribuições observadas e esperadas são estatisticamente significativas no teste de Kolmogorov-Smirnov (KS), a estatística D_{calc} é comparada com um valor crítico (D_{crit}), que é obtido a partir de tabelas específicas para o teste KS. Este valor crítico depende do tamanho da amostra (n) e do nível de significância (α) escolhido para o teste.

Cálculo do P-valor

O p-valor indica a probabilidade de se observar uma diferença maior que D_{calc} se as duas distribuições fossem de fato a mesma:

$$p - \text{valor} = 2 \exp\left(-2D_{calc}^2 \left(\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}\right)\right)$$

Onde n_1 e n_2 são os tamanhos das amostras comparadas.

Assim, o teste se dá em função das seguintes hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: F_0 = F_e \\ H_1: F_0 \neq F_e \end{cases}$$

Onde:

- H_0 A distribuição de probabilidade do evento observado é semelhante à distribuição de probabilidade esperada, conforme a tábua adotada como premissa.
- H_1 A distribuição de probabilidade do evento observada não é semelhante à distribuição de probabilidade esperada, conforme a tábua adotada como premissa.

Análise do p-valor: Se $p - \text{valor} \leq \alpha$, rejeita-se a hipótese nula (H_0), indicando que a tábua biométrica não é adequada para descrever o vento analisado na população estudada.

Porém, se $p - \text{valor} > \alpha$, a hipótese nula não deve ser rejeitada, ou seja, podendo ser verdadeira.

6. TESTE DE ADERÊNCIA DE TÁBUA DE MORTALIDADE GERAL

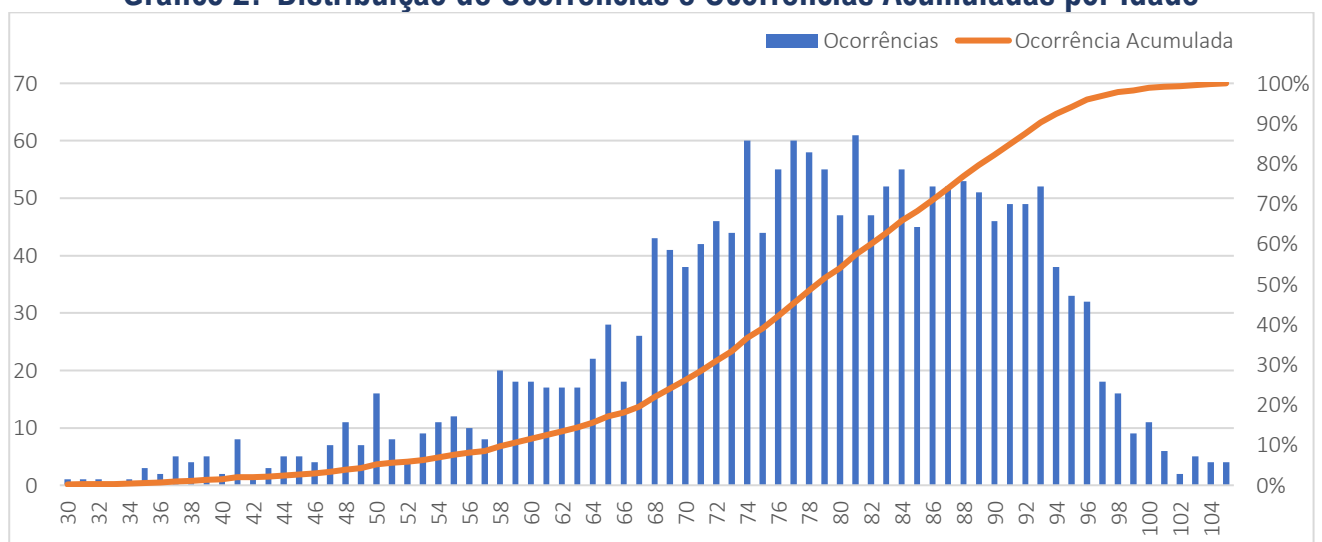
Atualmente, a tábua AT-2000 Female (Desgravada em 25%) é utilizada como base atuarial para estimar a sobrevivência dos segurados válidos do Plano de Previdência do RPPS de Belo Horizonte/MG. Os testes de aderência verificarão se ela permanece válida ou necessita de atualização.

6.1. INTERVALO DE ANÁLISE

Para efeito de aplicação dos testes de aderência da tábua de mortalidade geral, foram apurados os números de óbitos ocorridos ao longo dos anos de 2019 a 2023 no Plano Previdenciário do RPPS de Belo Horizonte/MG, classificados por idade do participante na data do óbito.

O gráfico seguinte apresenta a distribuição do número de óbitos por idade, para que se possa definir o melhor intervalo para a realização dos testes estatísticos.

Gráfico 2: Distribuição de Ocorrências e Ocorrências Acumuladas por Idade



As análises demonstraram que a faixa de idades entre 59 e 92 anos possibilita uma análise consistente das taxas de mortalidade e, sendo assim, consideraremos esta faixa de idade para testar as tábuas de mortalidade geral.

6.2. RESULTADOS APURADOS – MORTALIDADE GERAL

Foram avaliadas 61 tábuas de mortalidade geral disponibilizadas pelo Instituto Brasileiro de Atuária (IBA) em seu sítio eletrônico. As tábuas que não apresentaram evidências suficientes para rejeitar a hipótese nula (H_0), ou seja, que demonstraram aderência, são destacadas em azul em cada teste realizado. Consideramos que uma tábua de mortalidade geral é aprovada nos casos em que a hipótese nula não seja rejeitada em todos nos três testes aplicados: Teste Z, Teste KS e Teste QQ.

Abaixo, apresentamos os resultados dos testes realizados nas tábuas de mortalidade geral de forma consolidada para ambos os sexos.

Quadro 1. RESULTADOS DO TESTE DE ADERÊNCIA PARA MORTALIDADE GERAL

Sequência	Tábua	Num. Ocorrido	Num. Esperado	Diferença	Z total	p_value z	TESTE_Z	ks estatística	p_value ks	TESTE_KS	chi_square estatística	p_value chi_square	TESTE_QQ	Aprovada	Erro Padrão
1	BR_EMSsb_v_2015_M&F	1426	1.429,25	-0,23%	-0,09	0,93	Não	0,09	1,53	Não	47,31	0,05	Não	Aprovada	37,81
2	GR_95_M&F	1426	1.414,98	0,78%	0,29	0,77	Não	0,12	1,25	Não	130,93	0,00	Sim	Não	37,62
3	BR_EMSsb_v_2010_M&F	1426	1.424,70	0,09%	0,03	0,97	Não	0,09	1,53	Não	75,78	0,00	Sim	Não	37,75
4	BR_EMSsb_v_2021_M&F	1426	1.547,59	-7,86%	-3,09	0,00	Sim	0,12	1,25	Não	80,03	0,00	Sim	Não	39,34
5	AT2000_Suavizada_10_M&F	1426	1.699,79	-16,11%	-6,64	0,00	Sim	0,18	0,69	Não	75,29	0,00	Sim	Não	41,23
6	BR_EMSmt_v_2010_M&F	1426	1.768,06	-19,35%	-8,13	0,00	Sim	0,21	0,47	Não	132,20	0,00	Sim	Não	42,05
7	BR_EMSmt_v_2015_M&F	1426	1.820,17	-21,66%	-9,24	0,00	Sim	0,24	0,30	Não	146,85	0,00	Sim	Não	42,66
8	AT_2000_M&F	1426	1.888,88	-24,51%	-10,65	0,00	Sim	0,24	0,30	Não	141,76	0,00	Sim	Não	43,46
9	AT_83_IAM_M&F	1426	2.006,00	-28,91%	-12,95	0,00	Sim	0,29	0,11	Não	198,44	0,00	Sim	Não	44,79
10	GKF_95	1426	2.036,32	-29,97%	-13,52	0,00	Sim	0,29	0,11	Não	214,51	0,00	Sim	Não	45,13
11	BR_EMSmt_v_2021_M&F	1426	2.053,07	-30,54%	-13,84	0,00	Sim	0,35	0,03	Sim	261,21	0,00	Sim	Não	45,31
12	GAM_94_M&F	1426	2.187,73	-34,82%	-16,29	0,00	Sim	0,35	0,03	Sim	298,23	0,00	Sim	Não	46,77
13	AT_83_Basic_M&F	1426	2.229,18	-36,03%	-17,01	0,00	Sim	0,35	0,03	Sim	317,22	0,00	Sim	Não	47,21
14	GAM_83_suav_10_M&F	1426	2.293,82	-37,83%	-18,12	0,00	Sim	0,38	0,01	Sim	355,58	0,00	Sim	Não	47,89
15	UP_94_M&F	1426	2.352,38	-39,38%	-19,10	0,00	Sim	0,38	0,01	Sim	395,51	0,00	Sim	Não	48,50
16	RP_2000_M&F	1426	2.442,03	-41,61%	-20,56	0,00	Sim	0,41	0,01	Sim	446,74	0,00	Sim	Não	49,42
17	IBGE_2021_M&F	1426	2.477,03	-42,43%	-21,12	0,00	Sim	0,47	0,00	Sim	535,45	0,00	Sim	Não	49,77
18	IBGE_2020_M&F	1426	2.511,36	-43,22%	-21,66	0,00	Sim	0,47	0,00	Sim	558,01	0,00	Sim	Não	50,11
19	IBGE_2019_M&F	1426	2.547,41	-44,02%	-22,22	0,00	Sim	0,47	0,00	Sim	582,01	0,00	Sim	Não	50,47
20	GAM83_BASICA_M&F	1426	2.548,68	-44,05%	-22,24	0,00	Sim	0,41	0,01	Sim	519,07	0,00	Sim	Não	50,48
21	IBGE_2018_M&F	1426	2.585,06	-44,84%	-22,80	0,00	Sim	0,47	0,00	Sim	607,39	0,00	Sim	Não	50,84
22	IBGE_2017_M&F	1426	2.624,97	-45,68%	-23,40	0,00	Sim	0,50	0,00	Sim	634,73	0,00	Sim	Não	51,23
23	IBGE_2016_M&F	1426	2.663,30	-46,46%	-23,98	0,00	Sim	0,50	0,00	Sim	662,37	0,00	Sim	Não	51,61
24	IBGE_2015_M&F	1426	2.710,33	-47,39%	-24,67	0,00	Sim	0,50	0,00	Sim	694,22	0,00	Sim	Não	52,06
25	IBGE_2014_M&F	1426	2.756,31	-48,26%	-25,34	0,00	Sim	0,50	0,00	Sim	726,87	0,00	Sim	Não	52,50
26	IBGE_2022_M&F	1426	2.767,16	-48,47%	-25,50	0,00	Sim	0,50	0,00	Sim	707,29	0,00	Sim	Não	52,60
27	IBGE_2013_M&F	1426	2.804,33	-49,15%	-26,03	0,00	Sim	0,53	0,00	Sim	761,36	0,00	Sim	Não	52,96
28	IBGE_2012_M&F	1426	2.854,81	-50,05%	-26,74	0,00	Sim	0,53	0,00	Sim	798,09	0,00	Sim	Não	53,43
29	GAM_71_M&F	1426	2.925,18	-51,25%	-27,72	0,00	Sim	0,50	0,00	Sim	800,37	0,00	Sim	Não	54,08
30	AT_49_M&F	1426	3.308,88	-56,90%	-32,73	0,00	Sim	0,53	0,00	Sim	1.097,87	0,00	Sim	Não	57,52
31	AT_71	1426	3.326,08	-57,13%	-32,95	0,00	Sim	0,56	0,00	Sim	1.137,52	0,00	Sim	Não	57,67
32	UP_84_M&F	1426	3.675,03	-61,20%	-37,10	0,00	Sim	0,62	0,00	Sim	1.435,96	0,00	Sim	Não	60,62
33	AT_55	1426	3.848,37	-62,95%	-39,05	0,00	Sim	0,62	0,00	Sim	1.580,71	0,00	Sim	Não	62,04

Sequência	Tábua	Num. Ocorrido	Num. Esperado	Diferença	Z total	p_value z	TESTE_Z	ks estatística	p_value ks	TESTE_KS	chi_square estatística	p_value chi_square	TESTE_QQ	Aprovada	Erro Padrão
34	GKM_95	1426	3.919,28	-63,62%	-39,83	0,00	Sim	0,59	0,00	Sim	1.631,94	0,00	Sim	Não	62,60
35	UP84	1426	4.151,40	-65,65%	-42,30	0,00	Sim	0,65	0,00	Sim	1.844,81	0,00	Sim	Não	64,43
36	CSO58_M&F	1426	4.161,92	-65,74%	-42,41	0,00	Sim	0,65	0,00	Sim	1.863,29	0,00	Sim	Não	64,51
37	AT_50	1426	4.283,40	-66,71%	-43,66	0,00	Sim	0,65	0,00	Sim	1.980,52	0,00	Sim	Não	65,45
38	CSO58_AGE_NEAREST_M&F	1426	4.793,57	-70,25%	-48,64	0,00	Sim	0,68	0,00	Sim	2.422,53	0,00	Sim	Não	69,24
39	CSO80	1426	4.925,04	-71,05%	-49,86	0,00	Sim	0,68	0,00	Sim	2.525,44	0,00	Sim	Não	70,18
40	CSO58_AGE_LAST_M&F	1426	4.989,08	-71,42%	-50,44	0,00	Sim	0,68	0,00	Sim	2.600,46	0,00	Sim	Não	70,63
41	Prudential_50	1426	5.002,23	-71,49%	-50,56	0,00	Sim	0,85	0,00	Sim	2.717,34	0,00	Sim	Não	70,73
42	GKM_80	1426	5.216,76	-72,67%	-52,48	0,00	Sim	0,68	0,00	Sim	2.790,36	0,00	Sim	Não	72,23
43	EB7_75	1426	5.452,48	-73,85%	-54,53	0,00	Sim	0,74	0,00	Sim	3.038,68	0,00	Sim	Não	73,84
44	GKM_70	1426	5.553,82	-74,32%	-55,39	0,00	Sim	0,71	0,00	Sim	3.098,29	0,00	Sim	Não	74,52
45	X_17	1426	5.692,63	-74,95%	-56,55	0,00	Sim	0,74	0,00	Sim	3.249,56	0,00	Sim	Não	75,45
46	CSO_58	1426	5.695,37	-74,96%	-56,57	0,00	Sim	0,74	0,00	Sim	3.252,24	0,00	Sim	Não	75,47
47	CSG_60	1426	6.026,90	-76,34%	-59,26	0,00	Sim	0,74	0,00	Sim	3.563,41	0,00	Sim	Não	77,63
48	Rentiers_Francais	1426	6.437,57	-77,85%	-62,46	0,00	Sim	0,76	0,00	Sim	3.938,83	0,00	Sim	Não	80,23
49	CSO_41	1426	6.939,59	-79,45%	-66,19	0,00	Sim	0,76	0,00	Sim	4.424,61	0,00	Sim	Não	83,30
50	AMERICAN_EXPERIENCE	1426	7.850,44	-81,84%	-72,51	0,00	Sim	0,76	0,00	Sim	5.275,54	0,00	Sim	Não	88,60
51	SGB_71	1426	8.230,48	-82,67%	-75,00	0,00	Sim	0,76	0,00	Sim	5.638,33	0,00	Sim	Não	90,72
52	SGB_75	1426	9.080,59	-84,30%	-80,33	0,00	Sim	0,79	0,00	Sim	6.473,00	0,00	Sim	Não	95,29
53	HUNTER_SEMITROPICAL	1426	9.460,92	-84,93%	-82,61	0,00	Sim	0,82	0,00	Sim	6.849,52	0,00	Sim	Não	97,27
54	SGB_51	1426	10.991,11	-87,03%	-91,24	0,00	Sim	0,82	0,00	Sim	8.341,53	0,00	Sim	Não	104,84
55	USTP_61	1426	13.257,93	-89,24%	-102,76	0,00	Sim	0,68	0,00	Sim	10.669,37	0,00	Sim	Não	115,14
56	ALLG_72	1426	13.414,19	-89,37%	-103,51	0,00	Sim	0,68	0,00	Sim	10.808,67	0,00	Sim	Não	115,82
57	IBGE_2009_M&F	1426	13.936,56	-89,77%	-105,97	0,00	Sim	0,59	0,00	Sim	11.411,06	0,00	Sim	Não	118,05
58	IBGE_2008_M&F	1426	13.966,06	-89,79%	-106,11	0,00	Sim	0,59	0,00	Sim	11.437,30	0,00	Sim	Não	118,18
59	IBGE_2007_M&F	1426	13.994,64	-89,81%	-106,24	0,00	Sim	0,62	0,00	Sim	11.462,76	0,00	Sim	Não	118,30
60	IBGE_2006_M&F	1426	14.015,19	-89,83%	-106,34	0,00	Sim	0,62	0,00	Sim	11.481,38	0,00	Sim	Não	118,39
61	GRUPAL_AMERICANA	1426	15.149,43	-90,59%	-111,50	0,00	Sim	0,74	0,00	Sim	12.544,13	0,00	Sim	Não	123,08

Portanto, a única tábua de mortalidade geral aprovada foi a BR_EMSSb_v_2015_M&F. Para sua utilização como hipótese de cálculo da avaliação atuarial, é necessário verificar se atende ao critério imposto pelo Art. 36 da Portaria MTP nº 1.467, de 2 de junho de 2022, conforme transcrito a seguir:

“Art. 36. A utilização de tábuas biométricas para a projeção da longevidade e da entrada em invalidez deverá observar os seguintes critérios:

I - Para a taxa de sobrevivência de válidos e inválidos, o limite mínimo:

- *Será dado pela tábua anual de mortalidade do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, segregada obrigatoriamente por sexo, divulgada pela SPREV; e*
- *Será averiguado por meio da comparação entre a Expectativa de Vida (e_x) estimada por essa tábua com aquela gerada pelas tábuas utilizadas na avaliação atuarial, com base na idade média geral da massa de segurados do RPPS.”*

Para verificar o cumprimento deste critério, foi calculada a expectativa de vida da tábua de mortalidade aprovada pelos testes estatísticos, bem como da tábua do IBGE 2022 M&F, considerando a idade média da massa de segurados, que é de 55 anos. Diante disso, apresentamos o quadro a seguir:

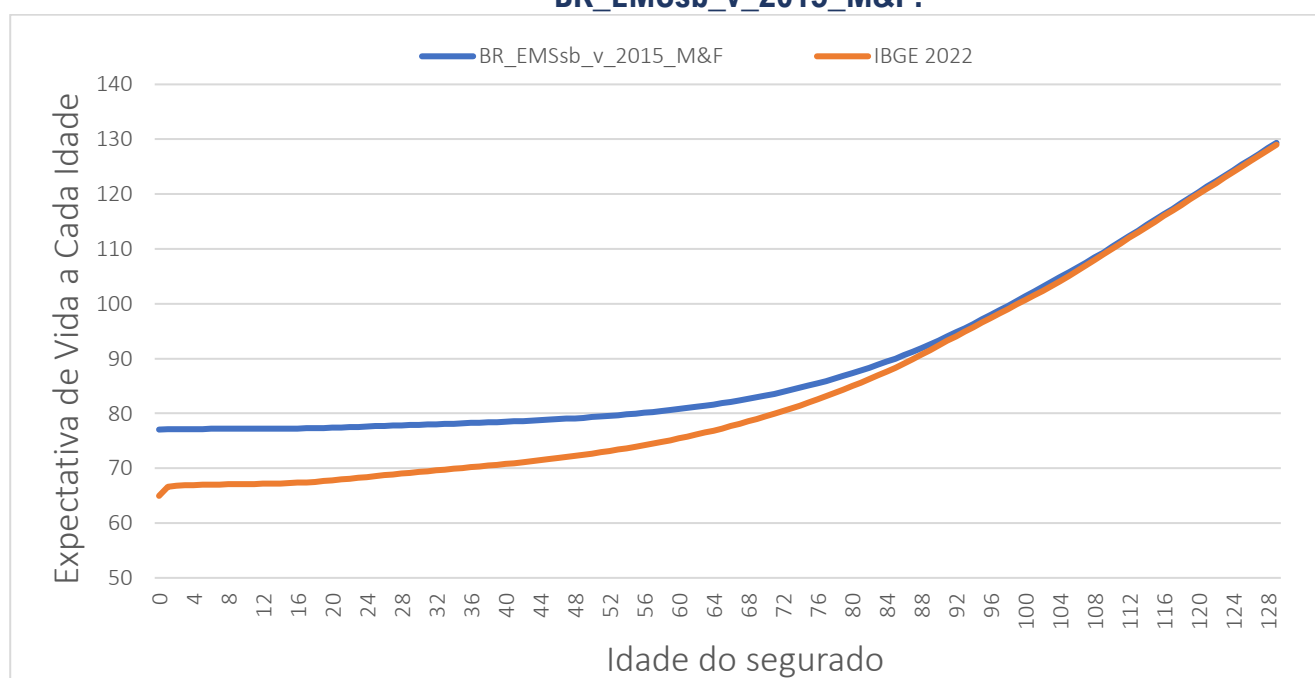
Quadro 2. EXPECTATIVA DE VIDA AOS 54 ANOS

Tábua de Mortalidade	Expectativa aos 55 anos
IBGE 2022 M&F	73,91 anos
BR_EMSSb_v_2015_M&F	79,94 anos

**Expectativa de vida apurada com ponderação de proporção por sexo e por idade*

O gráfico seguinte compara as expectativas de vida para todas as idades.

Gráfico 3: Comparativo com taxas de mortalidade dadas pela tábua BR_EMSsb_v_2015_M&F.



Conclui-se que a tábua de mortalidade geral BR_EMSsb_v_2015_M&F é aderente à realidade dos segurados do RPPS de Belo Horizonte e atende ao critério imposto pelo Art. 36 da Portaria MTP nº 1.467, de 2 de junho de 2022. Portanto, recomendamos sua utilização para a realização dos cálculos atuariais em substituição a atualmente utilizada, que é a AT-2000 Female (Desagravada em 25%).

7. TESTE DE ADERÊNCIA DE TÁBUA DE MORTALIDADE INVÁLIDOS

Atualmente, a tábua IBGE 2021 (segregada por sexo) é utilizada como base atuarial para estimar a sobrevivência dos segurados inválidos do Plano de Previdência do RPPS de Belo Horizonte/MG. Os testes de aderência deste estudo verificarão a adequação desta tábua, determinando se ela permanece válida ou necessita de atualização.

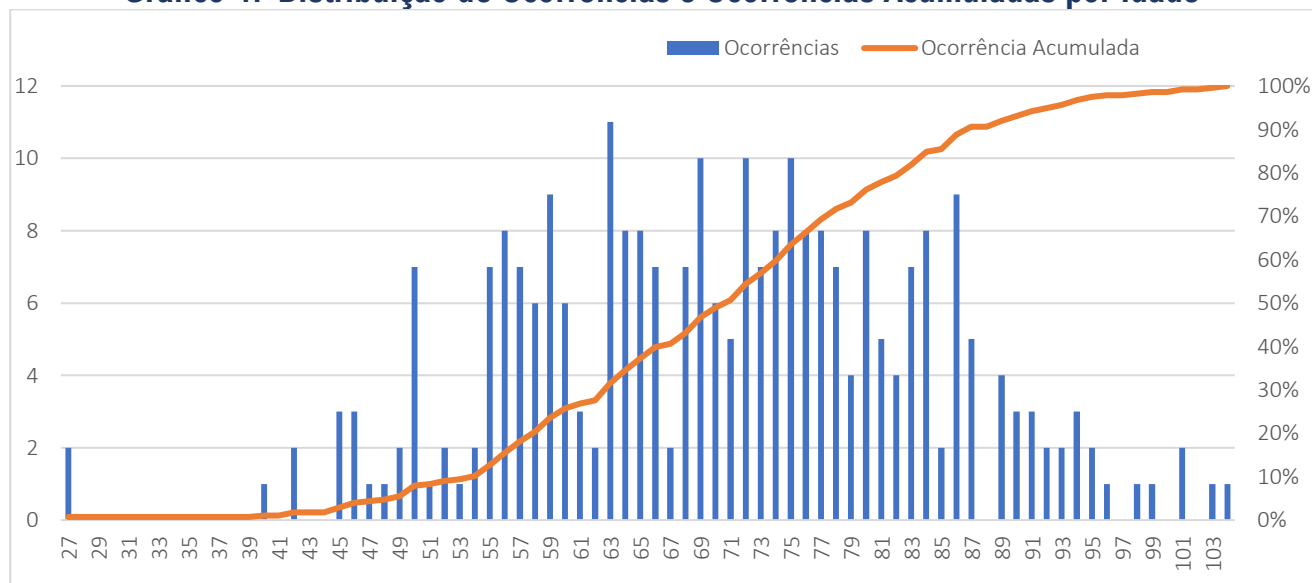
7.1. INTERVALO DE ANÁLISE

Para efeito de aplicação dos testes de aderência da tábua de mortalidade de inválidos, foram apurados os números de óbitos ocorridos em servidores aposentados inválidos ao longo

dos anos de 2019 a 2023 no Plano Previdenciário do RPPS de Belo Horizonte/MG, classificados por idade do participante na data da ocorrência do evento.

O gráfico seguinte apresenta a distribuição do número de óbitos de inválidos por idade, para que se possa definir o melhor intervalo para a realização dos testes estatísticos.

Gráfico 4: Distribuição de Ocorrências e Ocorrências Acumuladas por Idade



As análises demonstraram que a faixa de idades entre 66 e 101 anos possibilita uma análise consistente das taxas de mortalidade de inválidos e, sendo assim, consideraremos esta faixa de idade para testar as tábuas de mortalidade de inválidos.

7.2. RESULTADOS APURADOS – MORTALIDADE DE INVÁLIDOS

Foram avaliadas 23 tábuas de mortalidade de inválidos disponibilizadas pelo Instituto Brasileiro de Atuária (IBA) em seu sítio eletrônico. As tábuas que não apresentaram evidências suficientes para rejeitar a hipótese nula (H_0), ou seja, que demonstraram aderência, são destacadas em azul em cada teste realizado. Consideramos que uma tábua de mortalidade de inválidos é aprovada nos casos em que a hipótese nula não seja rejeitada em todos nos três testes aplicados: Teste Z, Teste KS e Teste QQ.

Abaixo, apresentamos os resultados dos testes realizados nas tábuas de mortalidade geral de forma consolidada para ambos os sexos.

Quadro 3. RESULTADOS DO TESTE DE ADERÊNCIA PARA MORTALIDADE DE INVÁLIDOS

Sequência	Tábua	Num. Ocorrido	Num. Esperado	Diferença	Z total	p_value z	TESTE_Z	ks estatística	p_value ks	TESTE_KS	chi_square estatística	p_value chi_square	TESTE_QQ	Aprovada	Erro Padrão
1	IBGE_2022_M&F	171	154,28	10,84%	1,35	0,18	Não	0,31	0,07	Não	34,13	0,51	Não	Aprovada	12,42
2	IBGE_2013_M&F	171	155,49	9,98%	1,24	0,21	Não	0,31	0,07	Não	31,82	0,62	Não	Aprovada	12,47
3	IBGE_2012_M&F	171	158,19	8,10%	1,02	0,31	Não	0,28	0,12	Não	30,71	0,68	Não	Aprovada	12,58
4	IBGE_2021_M&F	171	137,99	23,92%	2,81	0,00	Sim	0,44	0,00	Sim	42,73	0,17	Não	Não	11,75
5	IBGE_2020_M&F	171	139,82	22,30%	2,64	0,01	Sim	0,44	0,00	Sim	41,26	0,22	Não	Não	11,82
6	IBGE_2019_M&F	171	141,74	20,64%	2,46	0,01	Sim	0,44	0,00	Sim	39,80	0,26	Não	Não	11,91
7	IBGE_2018_M&F	171	143,76	18,95%	2,27	0,02	Sim	0,42	0,00	Sim	38,38	0,32	Não	Não	11,99
8	IBGE_2017_M&F	171	145,88	17,22%	2,08	0,04	Sim	0,42	0,00	Sim	36,97	0,38	Não	Não	12,08
9	IBGE_2016_M&F	171	147,87	15,64%	1,90	0,06	Não	0,36	0,02	Sim	35,74	0,43	Não	Não	12,16
10	IBGE_2015_M&F	171	150,45	13,66%	1,68	0,09	Não	0,36	0,02	Sim	34,28	0,50	Não	Não	12,27
11	IBGE_2014_M&F	171	152,91	11,83%	1,46	0,14	Não	0,33	0,04	Sim	33,01	0,56	Não	Não	12,37
12	RP_2000_DISABLED_M&F	171	244,68	-30,11%	-4,71	0,00	Sim	0,56	0,00	Sim	44,79	0,12	Não	Não	15,64
13	WINKLEVOSS	171	281,13	-39,17%	-6,57	0,00	Sim	0,64	0,00	Sim	64,56	0,00	Sim	Não	16,77
14	Experiencia_CAP	171	371,84	-54,01%	-10,42	0,00	Sim	0,75	0,00	Sim	128,08	0,00	Sim	Não	19,28
15	BENTZIEN	171	436,89	-60,86%	-12,72	0,00	Sim	0,75	0,00	Sim	172,75	0,00	Sim	Não	20,90
16	IAPC	171	455,90	-62,49%	-13,34	0,00	Sim	0,75	0,00	Sim	188,23	0,00	Sim	Não	21,35
17	RRB_44	171	488,52	-65,00%	-14,37	0,00	Sim	0,78	0,00	Sim	216,52	0,00	Sim	Não	22,10
18	GRUPAL_AMERICANA	171	492,25	-65,26%	-14,48	0,00	Sim	0,83	0,00	Sim	222,64	0,00	Sim	Não	22,19
19	ZIMMERMANN_FERR_ALEMAES	171	845,57	-79,78%	-23,20	0,00	Sim	0,75	0,00	Sim	562,30	0,00	Sim	Não	29,08
20	ZIMMERMANN	171	914,41	-81,30%	-24,58	0,00	Sim	0,75	0,00	Sim	631,93	0,00	Sim	Não	30,24
21	TASA_1927	171	2.440,25	-92,99%	-45,94	0,00	Sim	0,86	0,00	Sim	3.046,60	0,00	Sim	Não	49,40
22	IBA_FERROVIARIOS	171	2.521,53	-93,22%	-46,81	0,00	Sim	0,86	0,00	Sim	2.207,70	0,00	Sim	Não	50,21
23	MULLER	171	3.587,00	-95,23%	-57,04	0,00	Sim	1,00	0,00	Sim	3.260,19	0,00	Sim	Não	59,89

Portanto, as tábuas de mortalidade de inválidos aprovadas foram a IBGE_2022_M&F, IBGE_2013_M&F e IBGE_2012_M&F. Para sua utilização como hipótese de cálculo da avaliação atuarial, é necessário verificar se atende ao critério imposto pelo Art. 36 da Portaria MTP nº 1.467, de 2 de junho de 2022, conforme transcrito a seguir:

“Art. 36. A utilização de tábuas biométricas para a projeção da longevidade e da entrada em invalidez deverá observar os seguintes critérios:

I - Para a taxa de sobrevivência de válidos e inválidos, o limite mínimo:

- Será dado pela tábua anual de mortalidade do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, segregada obrigatoriamente por sexo, divulgada pela SPREV; e*
- Será averiguado por meio da comparação entre a Expectativa de Vida (e_x) estimada por essa tábua com aquela gerada pelas tábuas utilizadas na avaliação atuarial, com base na idade média geral da massa de segurados do RPPS.”*

Como as tábuas de mortalidade indicadas no teste de aderência são todas do IBGE, não há necessidade de verificação adicional. Portanto, recomenda-se a tábua mais recente do IBGE, que é a tábua IBGE 2022 M&F..

8. TESTE DE ADERÊNCIA DE TÁBUA DE ENTRADA EM INVALIDEZ

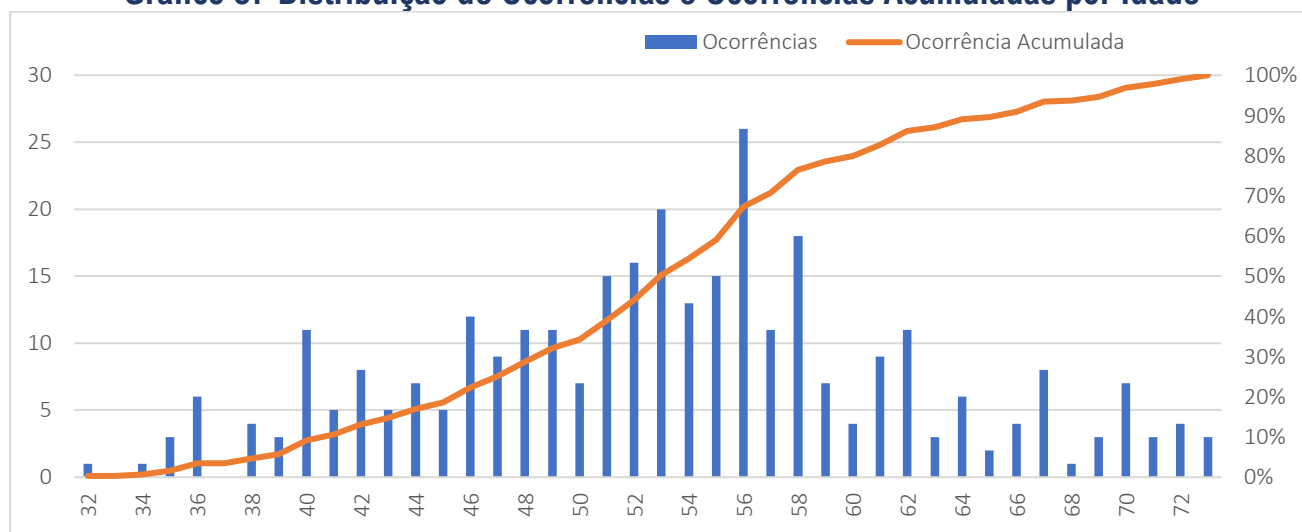
Atualmente, a tábua Álvaro Vindas é utilizada como base atuarial para estimar a entrada em invalidez dos servidores ativos do Plano de Previdência do RPPS de Belo Horizonte/MG. Os testes de aderência deste estudo verificarão a adequação desta tábua, determinando se ela permanece válida ou necessita de atualização.

8.1. INTERVALO DE ANÁLISE

Para efeito de aplicação dos testes de aderência da tábua de entrada em invalidez, foram apurados os números de entrada em invalidez dos servidores ativos ao longo dos anos de 2019 a 2023 no Plano Previdenciário do RPPS de Belo Horizonte/MG, classificados por idade do participante na data da ocorrência do evento.

O gráfico seguinte apresenta a distribuição do número de entrada em invalidez por idade, para que se possa definir o melhor intervalo para a realização dos testes estatísticos.

Gráfico 5: Distribuição de Ocorrências e Ocorrências Acumuladas por Idade



As análises demonstraram que a faixa de idades entre 33 e 55 anos possibilita uma análise consistente das taxas de mortalidade de inválidos e, sendo assim, consideraremos esta faixa de idade para testar as tábuas de mortalidade geral.

8.2. RESULTADOS APURADOS – ENTRADA EM INVALIDEZ

Foram avaliadas 15 tábuas de entrada em invalidez disponibilizadas pelo Instituto Brasileiro de Atuária (IBA) em seu sítio eletrônico. As tábuas que não apresentaram evidências suficientes para rejeitar a hipótese nula (H_0), ou seja, que demonstraram aderência, são destacadas em azul em cada teste realizado. Consideramos que uma tábua de entrada em invalidez é aprovada nos casos em que a hipótese nula não seja rejeitada em todos nos três testes aplicados: Teste Z, Teste KS e Teste QQ.

Abaixo, apresentamos os resultados dos testes realizados nas tábuas de entrada em invalidez de forma consolidada para ambos os sexos.

Quadro 4. RESULTADOS DO TESTE DE ADERÊNCIA PARA ENTRADA EM INVALIDEZ

Sequência	Tábua	Num. Ocorrido	Num. Esperado	Diferença	Z total	p_value z	TESTE_Z	ks estatística	p_value ks	TESTE_KS	chi_square estatística	p_value chi_square	TESTE_QQ	Aprovada	Erro Padrão
1	ALVARO_VINDAS	187	163,41	14,43%	1,85	0,07	Não	0,09	1,68	Não	31,77	0,08	Não	Aprovada	12,78
2	GRUPO_AMERICANA	187	126,90	47,36%	5,33	0,00	Sim	0,17	1,00	Não	69,61	0,00	Sim	Não	11,27
3	TASA_1927	187	153,66	21,70%	2,69	0,01	Sim	0,13	1,35	Não	38,79	0,01	Sim	Não	12,40
4	RRB_1944_Mod_Masc	187	312,76	-40,21%	-7,11	0,00	Sim	0,22	0,67	Não	65,85	0,00	Sim	Não	17,69
5	MULLER	187	324,91	-42,45%	-7,65	0,00	Sim	0,26	0,42	Não	73,44	0,00	Sim	Não	18,03
6	IAPB_57_FRACA	187	339,77	-44,96%	-8,29	0,00	Sim	0,35	0,12	Não	84,02	0,00	Sim	Não	18,43
7	WYATT_1985	187	374,42	-50,06%	-9,69	0,00	Sim	0,30	0,24	Não	107,94	0,00	Sim	Não	19,35
8	RRB_1944_Mod_Fem	187	469,36	-60,16%	-13,03	0,00	Sim	0,39	0,06	Não	180,04	0,00	Sim	Não	21,66
9	RGPS_99_02_M_M	187	479,87	-61,03%	-13,37	0,00	Sim	0,39	0,06	Não	190,10	0,00	Sim	Não	21,91
10	LIGHT_MEDIA	187	546,17	-65,76%	-15,37	0,00	Sim	0,43	0,03	Sim	244,83	0,00	Sim	Não	23,37
11	PRUDENTIAL_FERR_APOSENT	187	557,19	-66,44%	-15,68	0,00	Sim	0,35	0,12	Não	266,02	0,00	Sim	Não	23,60
12	HUNTER_S	187	745,31	-74,91%	-20,45	0,00	Sim	0,65	0,00	Sim	426,78	0,00	Sim	Não	27,30
13	ZIMMERMANN_EMPR_ESCRIT	187	748,05	-75,00%	-20,51	0,00	Sim	0,48	0,01	Sim	427,57	0,00	Sim	Não	27,35
14	LIGHT_FORTE	187	893,67	-79,08%	-23,64	0,00	Sim	0,61	0,00	Sim	564,07	0,00	Sim	Não	29,89
15	IBA_FERROVIARIOS	187	1.469,57	-87,28%	-33,46	0,00	Sim	0,70	0,00	Sim	1.122,48	0,00	Sim	Não	38,33
16	IAPB_57_Forte	187	7.118,72	-97,37%	-82,16	0,00	Sim	0,96	0,00	Sim	6.750,92	0,00	Sim	Não	84,37

Portanto, a única tábua de entrada em invalidez aprovada foi a Álvaro Vindas. Para sua utilização como hipótese de cálculo da avaliação atuarial, é necessário verificar se atende ao critério imposto pelo Art. 36 da Portaria MTP nº 1.467, de 2 de junho de 2022, conforme transcrito a seguir:

“Art. 36. A utilização de tábuas biométricas para a projeção da longevidade e da entrada em invalidez deverá observar os seguintes critérios:

(...)

II - para a taxa de entrada em invalidez, o limite mínimo:

- o será dado pela tábua Álvaro Vindas; e”*
- o será averiguado com a comparação das probabilidades de entrada em invalidez de segurados em atividade indicadas por essa tábua mínima com aquelas geradas pela tábua utilizada na avaliação atuarial, com base no somatório de i_x , de idade a idade, desde a idade média do grupo de segurados até a idade prevista na regra constitucional para aposentadoria voluntária do servidor do gênero masculino*

Como a tábua de mortalidade indicada no teste de aderência foi a própria Álvaro Vindas, não há necessidade de verificação adicional, sendo indicada a sua manutenção para os cálculos atuariais do RPPS de Belo Horizonte/MG.

9. TESTE DE ADERÊNCIA DA HIPÓTESE ATUARIAL DE CRESCIMENTO SALARIAL

Atualmente, a taxa real de crescimento da remuneração por mérito e produtividade é de 1,89% real ao ano. Os testes de aderência deste estudo verificarão a adequação desta tábua, determinando se ela permanece válida ou necessita de atualização.

9.1. BASES DE DADOS

Para a aplicação dos testes de aderência do crescimento da remuneração por mérito e produtividade, foram considerados os valores dos salários dos servidores ativos entre 2014 e 2023 no Plano Previdenciário do RPPS de Belo Horizonte/MG, classificados entre professores e não professores. Esses dados foram coletados nos relatórios de Demonstrativo de Resultados

da Avaliação Atuarial de cada ano e na base de dados da Avaliação Atuarial para o encerramento do exercício de 2023.

No encerramento do exercício de 2023, as principais estatísticas salariais do Plano eram as seguintes:

Quadro 5. ESTATÍSTICAS DOS SALÁRIOS EM 31/12/2023

Estatística	Feminino	Masculino	Total Geral
Professor			
Quantitativo	13.237	1.570	14.807
Menor Salário	R\$ 1.320,00	R\$ 2.657,11	R\$ 1.320,00
Maior Salário	R\$ 26.781,49	R\$ 25.898,36	R\$ 26.781,49
Salário Médio	R\$ 6.450,89	R\$ 7.122,46	R\$ 6.522,10
Salário Total	R\$ 85.390.467,43	R\$ 11.182.257,15	R\$ 96.572.724,58
Não Professor			
Quantitativo	10.857	5.775	16.632
Menor Salário	R\$ 1.320,00	R\$ 1.320,00	R\$ 1.320,00
Maior Salário	R\$ 37.589,96	R\$ 37.589,96	R\$ 37.589,96
Salário Médio	R\$ 6.469,28	R\$ 8.283,04	R\$ 7.099,06
Salário Total	R\$ 70.236.951,95	R\$ 47.834.577,75	R\$ 118.071.529,70
Total			
Quantitativo	24.094	7.345	31.439
Menor Salário	R\$ 1.320,00	R\$ 1.320,00	R\$ 1.320,00
Maior Salário	R\$ 37.589,96	R\$ 37.589,96	R\$ 37.589,96
Salário Médio	R\$ 6.459,18	R\$ 8.034,97	R\$ 6.827,32
Salário Total	R\$ 155.627.419,38	R\$ 59.016.834,90	R\$ 214.644.254,28

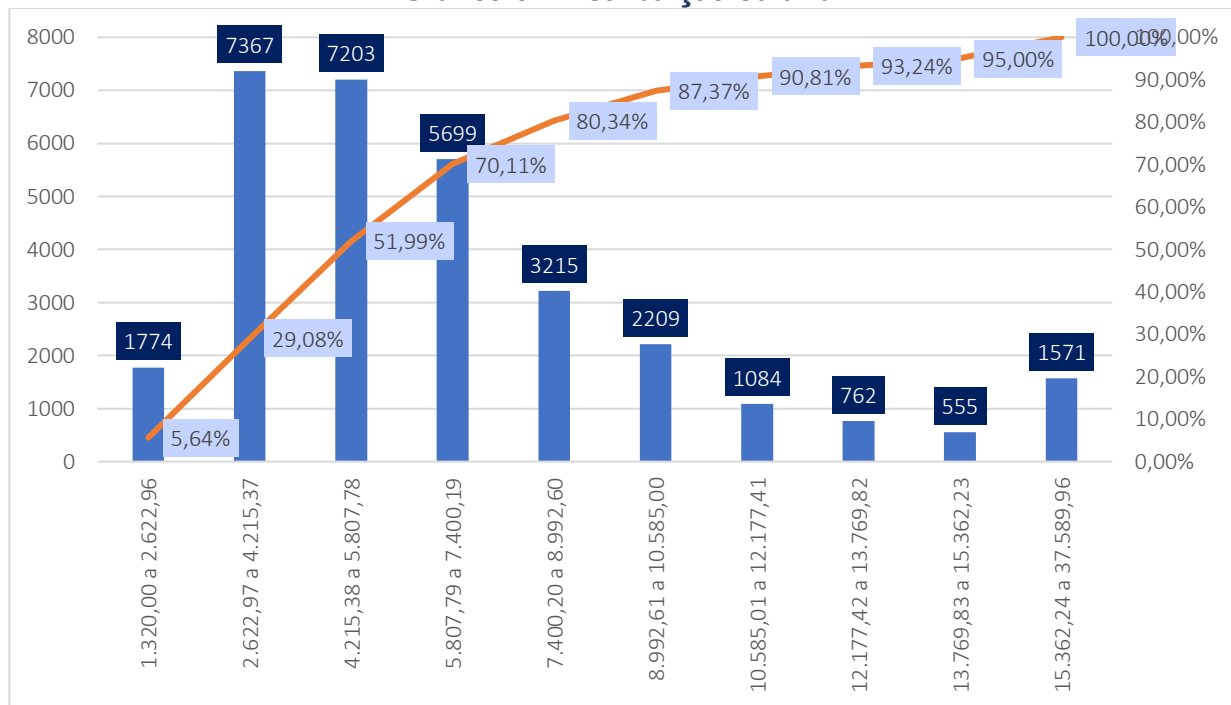
Os salários estavam distribuídos nas seguintes faixas salariais:

Quadro 6. DISTRIBUIÇÃO SALARIAL EM 31/12/2023

Faixa Salarial	Quantitativo	Proporção	Proporção Acumulada
1.320,00 a 2.622,96	1774	5,64%	5,64%
2.622,97 a 4.215,37	7367	23,43%	29,08%
4.215,38 a 5.807,78	7203	22,91%	51,99%
5.807,79 a 7.400,19	5699	18,13%	70,11%
7.400,20 a 8.992,60	3215	10,23%	80,34%
8.992,61 a 10.585,00	2209	7,03%	87,37%
10.585,01 a 12.177,41	1084	3,45%	90,81%
12.177,42 a 13.769,82	762	2,42%	93,24%
13.769,83 a 15.362,23	555	1,77%	95,00%
15.362,24 a 37.589,96	1571	5,00%	100,00%
Total	31439	100,00%	100,00%

A seguir, a representação gráfica desta distribuição:

Gráfico 6: Distribuição Salarial



Verifica-se que mais da metade dos servidores recebe salário até R\$ 5.807,78.

9.2. RESULTADOS APURADOS – CRESCIMENTO SALARIAL

Para apuração dos percentuais de crescimento salarial de professores e não professores, foram avaliadas as variações dos valores médios de salário, a variação real desses valores descontado o IPCA e, por fim, a variação média do período.

Quadro 7. EVOLUÇÃO SALARIAL 2014 A 2023 – NÃO PROFESSOR

Ano	Salário	Variação	Variação IPCA	Variação Real	Variação Acumulada
2014	3.500,31	0,00	0,00	0,00	0,00
2015	3.904,91	11,56%	10,67%	0,80%	0,80%
2016	4.050,46	3,73%	6,29%	-2,41%	-1,63%
2017	4.391,86	8,43%	2,95%	5,32%	3,61%
2018	4.696,33	6,93%	3,75%	3,07%	6,79%
2019	5.050,71	7,55%	4,31%	3,11%	10,11%
2020	5.496,27	8,82%	4,52%	4,12%	14,64%
2021	5.788,86	5,32%	10,06%	-4,30%	9,71%
2022	6.208,21	7,24%	5,79%	1,37%	11,22%
2023	7.099,06	14,35%	4,72%	9,20%	21,44%
Variação Média					2,18%

Quadro 8. EVOLUÇÃO SALARIAL 2014 A 2023 –PROFESSOR

Ano	Salário	Varição	Varição IPCA	Varição Real	Varição Acumulada
2014	3.076,21	0,00	0,00	0,00	0,00
2015	3.194,14	3,83%	10,67%	-6,18%	-6,18%
2016	3.093,11	-3,16%	6,29%	-8,89%	-14,52%
2017	3.120,97	0,90%	2,95%	-1,99%	-16,22%
2018	3.179,99	1,89%	3,75%	-1,79%	-17,72%
2019	3.596,47	13,10%	4,31%	8,43%	-10,78%
2020	3.928,36	9,23%	4,52%	4,51%	-6,76%
2021	4.407,61	12,20%	10,06%	1,94%	-4,95%
2022	4.776,94	8,38%	5,79%	2,45%	-2,63%
2023	6.522,10	36,53%	4,72%	30,38%	26,96%
Varição Média					2,69%

Quadro 9. EVOLUÇÃO SALARIAL 2014 A 2023 – SEM DISTINÇÃO DE CATEGORIA

Ano	Salário	Varição	Varição IPCA	Varição Real	Varição Acumulada
2014	3.320,40	0,00	0,00	0,00	0,00
2015	3.588,10	8,06%	10,67%	-2,36%	-2,36%
2016	3.613,55	0,71%	6,29%	-5,25%	-7,48%
2017	3.807,85	5,38%	2,95%	2,36%	-5,30%
2018	3.984,71	4,64%	3,75%	0,87%	-4,48%
2019	4.362,40	9,48%	4,31%	4,96%	0,26%
2020	4.748,58	8,85%	4,52%	4,15%	4,42%
2021	5.126,41	7,96%	10,06%	-1,91%	2,42%
2022	5.529,96	7,87%	5,79%	1,97%	4,43%
2023	6.827,32	23,46%	4,72%	17,90%	23,12%
Varição Média					2,34%

Verifica-se, então, que o crescimento real anual histórico foi de 2,34% ao ano, e deve substituir a hipótese atual de 1,89% ao ano.

10. TEMPO MÉDIO PARA APOSENTADORIA APÓS ELEGIBILIDADE

A data de início do recebimento do benefício de aposentadoria, seja compulsória, voluntária por tempo de contribuição ou por idade, depende do cumprimento das condições estabelecidas na Constituição Federal, nas normas gerais de organização e funcionamento dos regimes e na legislação do ente federativo.

No estudo atuarial, ao estimar a idade de entrada em aposentadoria dos servidores ativos atuais, apura-se a menor idade estimada a partir das regras vigentes e adiciona-se um período médio de espera entre a reunião dos requisitos e a efetiva requisição de aposentadoria.

Na avaliação atuarial elaborada para o encerramento do exercício 2023, o tempo médio para aposentadoria após elegibilidade foi de 2 anos. Os testes de aderência deste estudo verificarão a adequação desta hipótese, determinando se ela permanece válida ou necessita de atualização.

10.1. BASES DE DADOS

Para a aplicação dos testes de aderência do Tempo Médio para Aposentadoria Após Elegibilidade, foram considerados as idades de aposentadorias dos atuais aposentados constantes da base de dados cadastrais da Avaliação Atuarial para o encerramento do exercício de 2023, sendo desconsiderados aqueles que se aposentaram por invalidez.

10.2. RESULTADOS APURADOS – TEMPO MÉDIO PARA APOSENTADORIA APÓS ELIGIBILIDADE

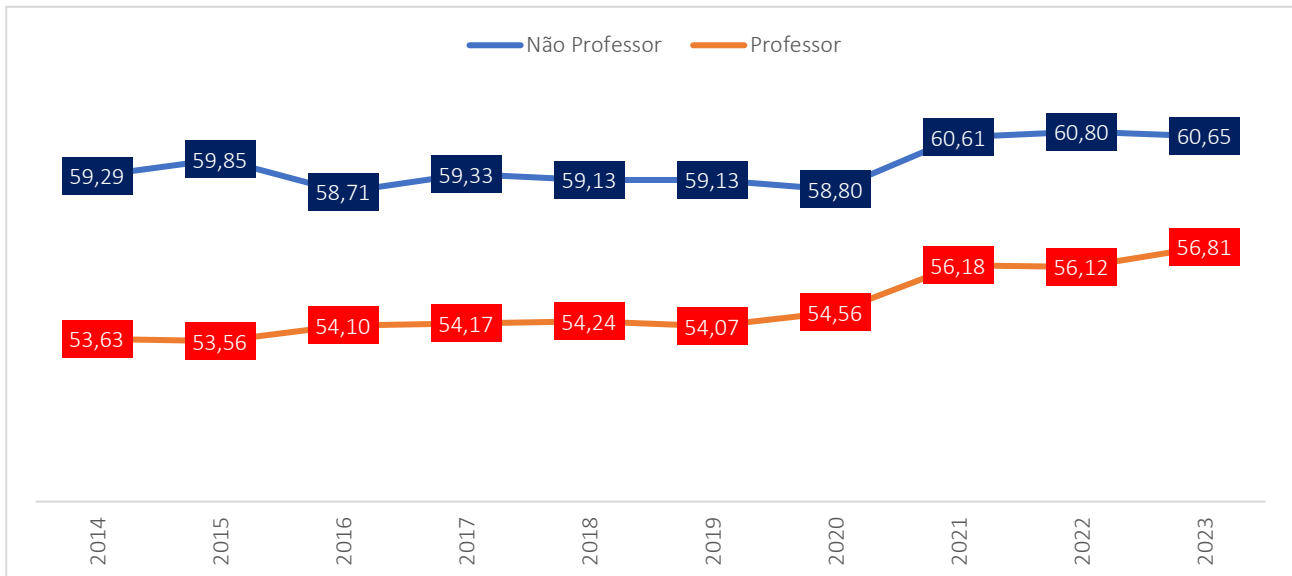
Tomando por base as informações cadastrais dos servidores aposentados utilizadas na Avaliação Atuarial elaborada para o encerramento do exercício de 2023, foram apuradas as idades médias de aposentadoria, agrupadas por ano de início de aposentadoria e por categoria (Professor e Não Professor), conforme a seguir:

Quadro 10. IDADE DE APOSENTADORIA POR ANO E CATEGORIA

Ano	Professor	
	Não	Sim
2014	59,29	53,63
2015	59,85	53,56
2016	58,71	54,10
2017	59,33	54,17
2018	59,13	54,24
2019	59,13	54,07
2020	58,80	54,56
2021	60,61	56,18
2022	60,80	56,12
2023	60,65	56,81

A seguir, a visão gráfica desses números:

Gráfico 7: Idade de Aposentadoria por Ano e Categoria



Como a idade média de aposentadoria tem se elevado ao longo do tempo, tomamos como referência de cálculo a informação mais recente: 56,81 anos para professores e 60,65 anos para as demais categorias. Na avaliação atuarial do encerramento de 2023, considerou-se um Tempo Médio Para Aposentadoria de 2 anos, estimando-se uma idade de aposentadoria de 55,51 anos para os professores e 59,99 anos para as demais categorias.

Quadro 11. IDADE DE APOSENTADORIA OBSERVADA X ESTIMADA

Idade Aposentadoria	Professor	Não professor	Todos
Idade de Aposentadoria de quem se aposentou em 2023	56,81	60,65	58,73
Idade de Aposentadoria estimada na última Avaliação Atuarial	55,51	59,99	57,75
Diferença	1,30	0,66	0,98

Como é possível observar no quadro acima, a idade de aposentadoria de quem se aposentou em 2023 apresenta uma diferença de aproximadamente 1 ano em relação à idade de aposentadoria estimada na última Avaliação Atuarial. Dessa forma, sugerimos que a hipótese de Tempo Médio para Aposentadoria seja acrescida em 1 ano, totalizando 3 anos.

11. PARECER CONCLUSIVO

Diante das análises realizadas neste estudo de aderência de hipóteses e premissas, indicamos que as hipóteses atuariais utilizadas nas avaliações atuariais para o RPPS de Belo Horizonte/MG tenham a seguinte atualização:

Quadro 12. ATUALIZAÇÃO DAS HIPÓTESES ATUARIAIS

Enquadramento	Hipótese Atuarial	Atual	Proposta
Tábuas Biométricas	Mortalidade de Válidos	AT 2000 FEMALE (Desagravada em 25%)	BR_EMSSb_v_2015_M&F
	Mortalidade de Inválidos	IBGE - 2021_M&F	IBGE - 2022_M&F
	Entrada em invalidez	Álvaro Vindas	Álvaro Vindas
Demográficas	Tempo médio para aposentadoria após elegibilidade.	2 anos	3 anos
Econômicas	Crescimento da Remuneração	1,89% real ao ano	2,34% real ao ano

Este é o estudo atuarial.



Adilson Costa
Atuário Miba nº 1.032 Mte/RJ

Ciente.

Rodrigo André de Almeida
Assessor de Investimentos e Estudos Atuariais

Gleison Pereira de Souza
Subsecretário de Gestão Previdenciária e da Saúde do Segurado

12. ANEXO I - EXEMPLO DIDÁTICO SOBRE TESTE DE HIPÓTESES

O QUE É UM TESTE DE HIPÓTESES?

Um teste de hipóteses é um procedimento estatístico usado para determinar se há evidência suficiente nos dados da amostra para suportar uma afirmação sobre a população. Ele envolve vários conceitos fundamentais que ajudam a estruturar o processo de tomada de decisão.

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

1. Hipótese Nula (H_0)

- **Definição:** A hipótese nula é uma afirmação que assume que não há efeito ou diferença significativa em uma população. Ela representa o estado de "não mudança" ou "sem efeito".
- **Exemplo:** "O novo medicamento não tem efeito sobre a pressão arterial."

2. Hipótese Alternativa (H_1)

- **Definição:** A hipótese alternativa é uma afirmação que propõe que há um efeito ou diferença significativa. É o contrário da hipótese nula.
- **Exemplo:** "O novo medicamento reduz a pressão arterial."

3. Nível de Significância (α)

- **Definição:** O nível de significância é a probabilidade máxima permitida de cometer um erro tipo I (falso positivo), ou seja, rejeitar a hipótese nula quando ela é verdadeira. Comumente, é fixado em 0,05 (ou 5%).
- **Exemplo:** Se $\alpha = 0,05$, há uma chance de 5% de rejeitar a hipótese nula quando ela é verdadeira.

4. p-Valor

- **Definição:** O p-valor é a probabilidade de obter resultados tão extremos quanto os observados, ou mais extremos, se a hipótese nula for verdadeira. Ele ajuda a determinar a significância dos resultados.
- **Interpretação:**
 - $p\text{-valor} < \alpha$: Rejeitamos H_0 (há evidência significativa contra H_0).

- $p\text{-valor} \geq \alpha$: Não rejeitamos H_0 (não há evidência significativa contra H_0).

5. Estatística de Teste

- **Definição:** Uma estatística de teste é uma quantidade calculada a partir dos dados da amostra que é usada para tomar uma decisão sobre a hipótese nula. Exemplos incluem o teste t, teste z e teste qui-quadrado.
- **Exemplo:** O valor t obtido em um teste t para comparar médias.

6. Região Crítica

- **Definição:** A região crítica é o conjunto de valores da estatística de teste que leva à rejeição da hipótese nula. Esta região é determinada pelo nível de significância.
- **Exemplo:** Para $\alpha = 0,05$, a região crítica pode ser definida como valores de t que são extremos o suficiente para que a probabilidade de ocorrerem seja menor que 5%.

7. Erro Tipo I (α)

- **Definição:** O erro tipo I ocorre quando rejeitamos a hipótese nula quando ela é verdadeira. A probabilidade desse erro é o nível de significância (α).
- **Exemplo:** Concluir que o novo medicamento é eficaz quando, na realidade, ele não é.

8. Erro Tipo II (β)

- **Definição:** O erro tipo II ocorre quando não rejeitamos a hipótese nula quando ela é falsa. A probabilidade desse erro é denotada por β .
- **Exemplo:** Concluir que o novo medicamento não é eficaz quando, na realidade, ele é.

9. Poder do Teste ($1-\beta$)

- **Definição:** O poder do teste é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula quando ela é falsa. Um poder de teste alto significa que o teste é eficaz em detectar um efeito verdadeiro.
- **Exemplo:** Um poder de 0,8 (ou 80%) significa que há 80% de chance de detectar um efeito se ele realmente existir.

EXEMPLO DIDÁTICO

Imagine que você está testando um novo medicamento para ver se ele reduz a pressão arterial em comparação com um placebo.

- **Hipótese Nula (H_0):** O novo medicamento não tem efeito sobre a pressão arterial.
- **Hipótese Alternativa (H_1):** O novo medicamento reduz a pressão arterial.
- **Nível de Significância (α):** 0,05 (5%).

Você realiza o teste e calcula um p-valor de 0,03. Este valor indica que, se o novo medicamento realmente não tiver efeito (H_0 for verdadeira), há apenas uma chance de 3% de observar uma redução na pressão arterial tão grande quanto a que você encontrou na sua amostra (ou maior).

- **Decisão com Base no p-Valor**
- **Comparação com α :** Como 0,03 é menor que 0,05, rejeitamos a hipótese nula.
- **Conclusão:** Há evidência suficiente para acreditar que o novo medicamento reduz a pressão arterial.
- **Resumo**
- **Hipótese Nula (H_0):** A hipótese de que não há efeito.
- **Hipótese Alternativa (H_1):** A hipótese de que há um efeito.
- **Nível de Significância (α):** Probabilidade de cometer um erro tipo I.
- **p-Valor:** Probabilidade de observar os resultados se H_0 for verdadeira.
- **Estatística de Teste:** Valor calculado para tomar uma decisão.
- **Região Crítica:** Valores da estatística de teste que levam à rejeição de H_0 .
- **Erro Tipo I (α):** Rejeitar H_0 quando ela é verdadeira.
- **Erro Tipo II (β):** Não rejeitar H_0 quando ela é falsa.
- **Poder do Teste ($1-\beta$):** Probabilidade de rejeitar H_0 quando ela é falsa.