

# RELATÓRIO DE ANÁLISE DAS HIPÓTESES ATUARIAIS - 2019

---

Regime Próprio de Previdência Social dos Servidores Públicos do Município de Belo Horizonte (MG) - RPPS-BH



## RELATÓRIO DE ANÁLISE DAS HIPÓTESES ATUARIAIS – 2019

ESTUDOS ESTATÍSTICOS ELABORADOS PARA TESTAR A ADERÊNCIA DAS HIPÓTESES ATUARIAIS ADOTADAS PARA OS PLANOS BHPREV E FUFIN, ADMINISTRADOS PELO REGIME PRÓPRIO DE PREVIDÊNCIA SOCIAL DOS SERVIDORES PÚBLICOS DO MUNICÍPIO DE BELO HORIZONTE (MG) - RPPS-BH.

---

**RESUMO:** O presente Relatório tem como objetivo apresentar os resultados dos testes estatísticos realizados para avaliar a aderência das hipóteses de crescimento real dos salários, crescimento real dos benefícios (segurados com paridade), tábuas biométricas, tempo médio em abono de permanência e a convergência da taxa de juros. Tais hipóteses são utilizadas nas avaliações atuariais dos planos FUFIN e BHPrev, administrados pelo REGIME PRÓPRIO DE PREVIDÊNCIA SOCIAL DOS SERVIDORES PÚBLICOS DO MUNICÍPIO DE BELO HORIZONTE (MG) - RPPS-BH. Em síntese, no que se refere ao Crescimento Salarial, verificou-se como adequada a adoção de hipótese observando-se os seguintes limites mínimos e máximos (Intervalo de Confiança de 95%), respectivamente: Magistério 3,29% e 3,66% (Média 3,48%) e Quadro Geral 1,98% e 2,32% (Média 2,15%). Considerando a massa global de segurados, apurou-se o seguinte intervalo de confiança e média: 2,50%; 2,86%; e 2,68%, sendo limite inferior, limite superior e média, respectivamente. Desta forma, recomenda-se adequação da hipótese para avaliação atuarial de encerramento do exercício de 2019. Quanto à taxa de crescimento real dos benefícios dos segurados com paridade, com base nos dados dos últimos 10 anos, apurou-se um crescimento real negativo de 0,40%, observado o intervalo de confiança entre -0,44% e -0,36%. Recomenda-se, assim, a manutenção da hipótese vigente, a qual prevê crescimento real nulo aos benefícios. Adicionalmente, observou-se que, em média, os servidores tendem a permanecer 1,4 anos em abono de permanência, onde se recomenda manter a hipótese. Quanto à tábua de mortalidade geral, a exemplo do observado nos estudos realizados em 2018, observou-se a necessidade de adequação, haja vista a ocorrência de uma quantidade de óbitos inferior ao esperado. Para mortalidade de inválidos, recomenda-se a substituição da hipótese vigente para a mínima de referência estabelecida pela Portaria 464/2018, haja vista uma quantidade de óbitos significativamente superior ao esperado pela tábua vigente. Quanto à tábua de entrada em invalidez, recomenda-se sua manutenção, visto que a mesma se mostrou adequada nos diversos estudos estatísticos realizados. Quanto aos estudos prospectivos e estocásticos para avaliar a adequação e convergência da taxa de juros, observou-se que, com as estratégias de alocação encaminhadas pelo RPPS seria necessário reduzir a meta atuarial. Alternativamente, para manutenção da atual meta atuarial foram realizados estudos que demonstram a necessidade de maior exposição em ativos de risco, visando elevar, em média, o retorno dos investimentos no longo prazo.

## SUMÁRIO

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 1   | INTRODUÇÃO .....                                | 4  |
| 2   | DOS DADOS DISPONIBILIZADOS.....                 | 4  |
| 2.1 | Tábuas Biométricas .....                        | 4  |
| 2.2 | Taxa de Juros .....                             | 5  |
| 2.3 | Crescimento Salarial .....                      | 6  |
| 2.4 | Crescimento de Benefícios .....                 | 7  |
| 2.5 | Tempo médio em abono de permanência .....       | 7  |
| 3   | METODOLOGIAS – HIPÓTESES BIOMÉTRICAS .....      | 7  |
| 3.1 | Teste Kolmogorov-Smirnov .....                  | 7  |
| 3.2 | Teste Binomial .....                            | 8  |
| 3.3 | Teste Z .....                                   | 10 |
| 3.4 | Teste Qui-quadrado.....                         | 11 |
| 3.5 | Desvio Quadrático Médio .....                   | 12 |
| 4   | METODOLOGIAS – TAXA DE JUROS .....              | 12 |
| 4.1 | Projeção dos ativos.....                        | 12 |
| 4.2 | Cenários avaliados.....                         | 13 |
| 5   | METODOLOGIAS – DEMAIS HIPÓTESES ATUARIAIS ..... | 14 |
| 6   | RESULTADOS - HIPÓTESES BIOMÉTRICAS.....         | 14 |
| 6.1 | Mortalidade Geral .....                         | 14 |
| 6.2 | Mortalidade de Inválidos.....                   | 17 |
| 6.3 | Entrada em Invalidez .....                      | 20 |
| 7   | RESULTADOS – TAXA DE JUROS .....                | 22 |
| 7.1 | Cenário 1.....                                  | 22 |
| 7.2 | Cenário 2.....                                  | 23 |
| 7.3 | Cenário 3.....                                  | 24 |
| 8   | RESULTADOS – DEMAIS HIPÓTESES ATUARIAIS .....   | 25 |
| 8.1 | Crescimento Salarial .....                      | 25 |
| 8.2 | Crescimento de Benefícios .....                 | 26 |
| 8.3 | Tempo Médio em Abono de Permanência.....        | 26 |
| 9   | CONSIDERAÇÕES FINAIS .....                      | 26 |

# 1 INTRODUÇÃO

O presente relatório tem como finalidade apresentar os resultados dos estudos estatísticos realizados para avaliar a aderência das hipóteses de crescimento real dos salários, crescimento real dos benefícios, tempo médio em abono de permanência, tábuas biométricas e, ainda, a convergência da taxa de juros. Tais hipóteses são utilizadas nas avaliações atuariais dos planos FUFIN e BHPrev, administrados pelo REGIME PRÓPRIO DE PREVIDÊNCIA SOCIAL DOS SERVIDORES PÚBLICOS DO MUNICÍPIO DE BELO HORIZONTE (MG) - RPPS-BH.

Observadas as boas práticas atuariais, as hipóteses utilizadas devem ser sempre as melhores estimativas possíveis para as variáveis adotadas na apuração do custo e do custeio dos planos de benefícios, visando sempre a sustentabilidade e a solvência dos planos de benefícios previdenciários.

Conforme disposto na Portaria 464, de 19 de novembro de 2018, o ente federativo, a unidade gestora do RPPS e o atuário responsável pela elaboração da avaliação atuarial deverão eleger conjuntamente as hipóteses biométricas, demográficas, econômicas e financeiras **adequadas às características da massa de segurados e de seus dependentes para o correto dimensionamento dos compromissos futuros do RPPS.**

Haja vista a ausência de normatização para realização de estudos de adequação da taxa de juros aos RPPS, adotou-se as diretrizes dispostas na Instrução PREVIC nº 23, de 26 de junho de 2015 e na mais recente e vigente Instrução PREVIC nº 10, de 30 de novembro de 2018, as quais estabelecem orientações e procedimentos a serem adotados pelas entidades fechadas de previdência complementar na realização dos estudos técnicos que visem atestar a adequação das hipóteses às características da massa de participantes e assistidos e do plano de benefícios de caráter previdenciário.

Tais testes são realizados tendo como objetivo principal a adequação e sustentabilidade do plano às necessidades da população segurada, haja vista que a precificação do passivo atuarial está fundamentada em tais hipóteses, adotadas como premissas.

Este relatório está estruturado em 9 capítulos, sendo o segundo destinado à descrição dos dados disponibilizados. O terceiro, quarto e quinto capítulos são destinados às metodologias adotadas. Os capítulos seguintes, por sua vez, apresentam os resultados apurados para cada uma das classes de premissas atuariais.

De posse dos resultados e das recomendações dispostas no presente relatório, o RPPS, em conjunto ao Ente Federativo, deverá avaliar a manutenção ou alteração das hipóteses testadas ao longo das próximas avaliações atuariais, visando a sustentabilidade do plano de benefícios e, conseqüentemente, da capacidade orçamentária para manutenção do plano de custeio pelo Ente Federativo.

## 2 DOS DADOS DISPONIBILIZADOS

### 2.1 Tábuas Biométricas

Para realização dos testes de aderência das tábuas biométricas, nos foram disponibilizadas, pelo RPPS-BH, as estatísticas relacionadas aos eventos de falecimentos de segurados válidos e inválidos e de entradas em invalidez, separadamente, entre os anos de 2009 e 2018.

Foram ainda disponibilizados dados dos participantes expostos aos riscos de mortalidade, de mortalidade de inválidos e de entrada em invalidez do mesmo período. Os dados foram disponibilizados de forma consolidada, levando-nos à realização de estudos para ambos os sexos.

## 2.2 Taxa de Juros

Para as análises relativas à convergência da taxa de juros, foram disponibilizadas informações dos ativos financeiros do RPPS e da alocação dos mesmos em títulos e fundos de investimentos.

Foi também disponibilizada a meta de alocação futura, ano a ano, dos recursos nos diferentes segmentos de aplicação visando a adequação das projeções de rentabilidade dos ativos no longo prazo.

| META DE ALOCAÇÃO DOS ATIVOS |                 |                     |                                |               |
|-----------------------------|-----------------|---------------------|--------------------------------|---------------|
| Ano                         | Renda Fixa (RF) | Renda Variável (RV) | Investimentos no Exterior (IX) | NTN-B (Curva) |
| 2019                        | 49,52%          | 2,26%               | 1,30%                          | 46,20%        |
| 2020                        | 51,79%          | 4,06%               | 1,35%                          | 42,65%        |
| 2021                        | 56,01%          | 5,86%               | 1,40%                          | 36,43%        |
| 2022                        | 58,74%          | 7,66%               | 1,45%                          | 31,70%        |
| 2023                        | 60,46%          | 9,46%               | 1,50%                          | 27,98%        |
| 2024                        | 62,72%          | 11,26%              | 1,55%                          | 24,97%        |
| 2025                        | 65,00%          | 13,06%              | 1,60%                          | 22,50%        |
| 2026                        | 66,87%          | 13,35%              | 1,65%                          | 20,42%        |
| 2027                        | 68,44%          | 13,30%              | 1,70%                          | 18,66%        |
| 2028                        | 69,75%          | 13,25%              | 1,75%                          | 17,14%        |
| 2029                        | 70,87%          | 13,20%              | 1,80%                          | 15,83%        |
| 2030                        | 71,82%          | 13,15%              | 1,85%                          | 14,67%        |
| 2031                        | 72,64%          | 13,10%              | 1,90%                          | 13,65%        |
| 2032                        | 73,35%          | 13,05%              | 1,95%                          | 12,74%        |
| 2033                        | 73,97%          | 13,00%              | 2,00%                          | 11,93%        |
| 2034                        | 74,50%          | 12,95%              | 2,05%                          | 11,20%        |
| 2035                        | 74,96%          | 12,90%              | 2,10%                          | 10,54%        |
| 2036                        | 75,36%          | 12,85%              | 2,15%                          | 9,93%         |
| 2037                        | 75,71%          | 12,80%              | 2,20%                          | 9,38%         |
| 2038                        | 76,12%          | 12,75%              | 2,25%                          | 8,88%         |
| 2039                        | 76,58%          | 12,70%              | 2,30%                          | 8,42%         |
| 2040                        | 77,01%          | 12,65%              | 2,35%                          | 7,99%         |
| 2041                        | 77,40%          | 12,60%              | 2,40%                          | 7,60%         |
| 2042                        | 77,77%          | 12,55%              | 2,45%                          | 7,23%         |
| 2043                        | 78,11%          | 12,50%              | 2,50%                          | 6,89%         |
| 2044                        | 78,42%          | 12,45%              | 2,55%                          | 6,58%         |
| 2045                        | 78,72%          | 12,40%              | 2,60%                          | 6,28%         |
| 2046                        | 78,99%          | 12,35%              | 2,65%                          | 6,01%         |
| 2047                        | 79,25%          | 12,30%              | 2,70%                          | 5,75%         |

Adicionalmente, o RPPS informou ainda a expectativa de rentabilidade para os diferentes segmentos de aplicação, conforme demonstrado a seguir:



| TAXA REAL DE RETORNO ESTIMADA PELO RPPS |                 |                     |                                |               |
|---|-----------------|---------------------|--------------------------------|---------------|
| Meta                                    | Renda Fixa (RF) | Renda Variável (RV) | Investimentos no Exterior (IX) | NTN-B (Curva) |
| 2019                                    | 4,95%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2020                                    | 4,66%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2021                                    | 4,19%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2022                                    | 3,90%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2023                                    | 3,69%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2024                                    | 3,52%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2025                                    | 3,38%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2026                                    | 3,27%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2027                                    | 3,18%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2028                                    | 3,11%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2029                                    | 3,05%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2030                                    | 3,00%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2031                                    | 2,95%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2032                                    | 2,92%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2033                                    | 2,88%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2034                                    | 2,85%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2035                                    | 2,83%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2036                                    | 2,80%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2037                                    | 2,78%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2038                                    | 2,76%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2039                                    | 2,75%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2040                                    | 2,73%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2041                                    | 2,71%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2042                                    | 2,70%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2043                                    | 2,69%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2044                                    | 2,68%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2045                                    | 2,66%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2046                                    | 2,65%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |
| 2047                                    | 2,64%           | 6,63%               | 5,96%                          | 5,54%         |

Por fim, utilizou-se o passivo projetado quando da avaliação atuarial de encerramento do exercício de 2018. Desta forma, pôde-se projetar a rentabilidade estimada ano a ano, considerando o pagamento dos benefícios e recebimento de contribuições previdenciárias.

### 2.3 Crescimento Salarial

Para fins dos estudos relacionados às taxas de crescimento real de salários, foram disponibilizados dados dos segurados ativos com histórico de suas respectivas remunerações entre 2010 e 2019, observadas as rubricas que compõem o salário de contribuição. Os dados foram disponibilizados por matrícula, o que nos permitiu acompanhar a evolução salarial da massa de segurados ativos ao longo de todo o período, até sua aposentadoria ou afastamento.

## 2.4 Crescimento de Benefícios

Da mesma forma, para análise da taxa de crescimento real dos benefícios, foram disponibilizados dados dos segurados em gozo de benefício desde 2009, possibilitando a verificação, matrícula a matrícula, do crescimento real observado.

## 2.5 Tempo médio em abono de permanência

Para verificação da hipótese relacionada ao tempo médio em abono de permanência, foram disponibilizados dados dos segurados atualmente em gozo de benefício pelo RPPS, demonstrando, um a um, o tempo em meses em que permaneceu em abono de permanência.

# 3 METODOLOGIAS – HIPÓTESES BIOMÉTRICAS

Observada a Portaria MPS 464/2018, para as avaliações e reavaliações atuariais deverão ser utilizadas as Tábuas Biométricas para projeção dos aspectos biométricos dos segurados e de seus dependentes **mais adequadas à respectiva massa**, desde que não indiquem obrigações inferiores às alcançadas pelas seguintes tábuas: I - Sobrevivência de Válidos e Inválidos: Tábua atual de mortalidade elaborada para ambos os sexos pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatísticas - IBGE, divulgada no endereço eletrônico do MPS na rede mundial de computadores - Internet [www.previdencia.gov.br](http://www.previdencia.gov.br), como limite mínimo de taxa de sobrevivência; e II - Entrada em Invalidez: Álvaro Vindas, como limite mínimo de taxa de entrada em invalidez.

Para seleção de tábuas adequadas à massa de segurados fazem-se necessários os testes estatísticos, os quais devem atestar a aderência decorrente da confrontação entre as probabilidades de ocorrência de morte ou invalidez constantes da tábua biométrica utilizada em relação àquelas constatadas junto à massa de segurados considerada.

Considerando os dados disponibilizados pelo RPPS-BH, cujo histórico de eventos compreende os anos de 2009 a 2018, para os diferentes planos analisados, buscou-se a aplicação das diferentes metodologias apresentadas a seguir.

### 3.1 Teste Kolmogorov-Smirnov

O teste estatístico Kolmogorov-Smirnov (KS) é utilizado para verificar se duas distribuições de probabilidade diferem significativamente uma da outra ou se uma distribuição de probabilidade difere significativamente de uma distribuição em hipótese, fundamentando-se a análise em amostras finitas.

Para o caso em tela, a adoção do Teste KS é utilizada para avaliar a aderência da distribuição de óbitos, entradas em invalidez, rotatividade ou entradas em aposentadoria da população segurada do plano de benefícios exposta aos respectivos riscos.

O teste KS é baseado na maior distância absoluta entre as funções de distribuição acumulada  $F(x)$  e  $G(x)$  sendo estas extraídas dos eventos esperados e observados, respectivamente. As amostras são aleatórias, mutuamente independentes e discretas.

Assim, o teste se dá em função das seguintes hipóteses:

- **H<sub>0</sub> (Hipótese Nula):** A distribuição de probabilidade observada se aproxima da distribuição de probabilidade esperada, conforme a tábua adotada como premissa.
- **H<sub>1</sub> (Hipótese Alternativa):** A distribuição de probabilidade observada não se aproxima da distribuição de probabilidade esperada, conforme a tábua adotada como premissa.

Com base nas duas distribuições acumuladas, pode-se apurar a seguinte estatística:

- $D_i = \sqrt{[F(x_i) - G(x_i)]^2}$
- $D_{Max} = \text{Máximo } [D_i]$ , onde  $i = 1, 2, (\dots) w$ , sendo  $w$  a última idade da tábua biométrica adotada.

Apurada a divergência máxima ( $D_{Max}$ ) deve-se verificar tal medida comparativamente aos valores tabelados por Kolmogorov-Smirnov, conforme a seguir:

| Amostra | alpha = 0.10 | alpha = 0.05        | alpha = 0.01 |
|---------|--------------|---------------------|--------------|
| 5       | 0,51         | <b>0,56</b>         | 0,67         |
| 10      | 0,37         | <b>0,41</b>         | 0,49         |
| 15      | 0,3          | <b>0,34</b>         | 0,4          |
| 20      | 0,26         | <b>0,29</b>         | 0,35         |
| 25      | 0,24         | <b>0,26</b>         | 0,32         |
| 30      | 0,22         | <b>0,24</b>         | 0,29         |
| 40      | 0,19         | <b>0,21</b>         | 0,25         |
| n       | 1,22/Raiz(n) | <b>1,36/Raiz(n)</b> | 1,63/Raiz(n) |

Caso a divergência máxima seja superior ao valor tabelado, dado um tamanho de amostra “n” e nível de significância  $\alpha$ , deve-se rejeitar a hipótese nula de aderência da tábua biométrica.

### 3.2 Teste Binomial

O teste binomial pode ser aplicado quando se possui grandes amostras de dados, cujos elementos estudados são variáveis aleatórias com distribuição Bernoulli. A distribuição Bernoulli é uma distribuição discreta de espaço amostral {0, 1}, com probabilidades  $P(0) = 1 - q$  e  $P(1) = q$ , complementares.

A probabilidade de morte ( $q_x$ ) ou sobrevivência ( $1 - q_x$ ) numa determinada idade ( $x$ ) ou ainda a probabilidade de invalidez ou permanência na condição de válido numa mesma idade, são exemplos de variáveis aleatórias com distribuição Bernoulli de probabilidade.

Seja  $X$  uma variável aleatória com distribuição de Bernoulli ( $q$ ), temos a seguinte relação:

$$X \sim \text{Bernoulli}(q) \quad \left\{ \begin{array}{l} 1, \text{ em caso de óbito / Invalidez (probabilidade } q) \\ 0, \text{ caso contrário (probabilidade } 1 - q) \end{array} \right.$$



Se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são  $n$  variáveis aleatórias com distribuição de Bernoulli independentes com parâmetro  $q$  (probabilidade de sucesso), então a soma dessas variáveis aleatórias é uma variável aleatória  $B$  (número de óbitos / invalidez) com distribuição Binomial  $(n, q)$ , onde a média equivale a  $n \times q$  e variância  $n \times q \times (1 - q)$ .

Seja  $q$  uma probabilidade específica de sucesso (óbito/invalidez/ etc). Na medida em que  $n$  cresce, em conformidade ao Teorema Central do Limite, pode-se utilizar a distribuição normal como aproximação razoável para calcular as probabilidades associadas a uma variável aleatória com distribuição binomial. Ou seja,  $B$  possui uma distribuição assintoticamente Normal.

Assim, o teste se dá em função das seguintes hipóteses:

- **$H_0$  (Hipótese Nula):** Probabilidade observada ( $q$ ) equivale à Probabilidade de esperada ( $q_0$ ).
- **$H_1$  (Hipótese Alternativa):** Probabilidade observada ( $q$ ) difere da Probabilidade esperada ( $q_0$ ).

A variável aleatória  $B$  possui distribuição assintoticamente Normal, com média  $n \times q_0$  e variância  $n \times q_0 \times (1 - q_0)$ .

Logo:

- Se  $B \cong N(n \times q_0, n \times q_0 \times (1 - q_0))$

Podemos padronizar a distribuição, extraindo a seguinte relação:

$$P\left(-Z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{B - (n \times q_0)}{\sqrt{(n \times q_0) \times (1 - q_0)}} \leq Z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

Para testar a hipótese  $H_0$ , dado um nível de significância estatística de  $\alpha$ , pode-se construir um Intervalo de Confiança e verificar se a observação está dentro do intervalo de confiança ou na região crítica.

- O intervalo de  $1 - \alpha$  de confiança pode ser obtido mediante a seguinte formulação:

$$IC_{(1-\alpha)} = \left( (n \times q_0) - Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sigma; (n \times q_0) + Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sigma \right)$$

Onde:

$$\sigma = \sqrt{n \times q_0 \times (1 - q_0)}$$

Para construção de um intervalo de confiança de 95%, considera-se  $Z_{\frac{\alpha/2}{2}}$  equivalente a 1,96, conforme tabela da distribuição normal.

A hipótese nula, de equivalência das distribuições de probabilidades, não será rejeitada se o valor observado estiver dentro do intervalo de confiança. Será rejeitado, porém, caso o valor observado se situe na região crítica, ou seja, fora do Intervalo de Confiança.

O teste é realizado idade a idade e, também, considerando o total de óbitos observados em relação ao total de óbitos estimados, dado seu intervalo de confiança.

Na primeira análise se pode avaliar a aderência da distribuição de óbitos ou entradas em invalidez da tábua em relação ao observado. Na segunda análise, se avalia a aderência do número total de óbitos ou entradas em invalidez em relação ao esperado.

Para complementar o estudo, pode-se verificar o nível de aderência das tábuas testadas verificando-se o percentual de idades que apresentaram eventos dentro do intervalo de aceitação da própria idade.

### 3.3 Teste Z

Seguindo a mesma lógica estatística apresentada no método anterior, por meio do Teste Z será possível comparar várias tábuas para identificar aquela cuja probabilidade observada mais se aproxima da probabilidade extraída da tábua que está sendo testada.

Dado que a variável aleatória B possui distribuição Binomial, com média  $n \times q$  e variância  $n \times q \times (1-q)$ , para testar as probabilidades, podemos extrair a seguinte relação: Dividindo-se a variável B (número de eventos) por n, teremos uma variável P (proporção de eventos) que também segue uma distribuição Binomial com parâmetros “q/n” e “n/n”, com média  $q_0$  e variância  $q_0 \times (1- q_0)/n^1$ .

Logo:

- $P \sim B(q_0, q_0 \times (1- q_0)/n)$
- $P \cong N (q_0, q_0 \times (1- q_0)/n)$  sendo  $q_0$  novamente a probabilidade de eventos extraída da tábua testada.

Padronizando a distribuição, temos:

$$Z_i = \frac{(q - q_0)}{\sqrt{\frac{q_0 \times (1 - q_0)}{n}}} \sim N(0,1)$$

Onde q refere-se à proporção de eventos obtida pelo número de eventos efetivamente observados no período, em relação aos expostos ao risco (n) e  $q_0$  refere-se à probabilidade extraída da tábua biométrica testada, onde i varia em função da idade testada.

Por fim, ao somarmos as distribuições  $Z_i$ , em todas as idades em que há quantidade suficiente de expostos aos riscos no plano, tem-se uma variável SZ igualmente com distribuição Normal, média 0 (soma das médias) e variância n (soma das variâncias)<sup>2</sup>. Da mesma forma, utilizando da formulação anterior, padroniza-se a variável SZ para torna-la simétrica em torno da média 0 e com variância 1.

<sup>1</sup> Obtido pela regra geral de transformação de variância, multiplicando-se  $1/n^2$  por var [B].

<sup>2</sup> A soma de variáveis aleatórias Normais é ainda Normal com média igual à soma das médias. Se as variáveis forem independentes a variância é igual à soma das variâncias.

Caso SZP (Variável SZ Padronizada) calculado esteja situado na região crítica da distribuição normal padrão, de acordo com o nível de significância adotado, rejeita-se a hipótese nula, caso contrário, temos a indicação de aderência da tábua testada, conforme teste de hipóteses abaixo:

- **H<sub>0</sub> (Hipótese Nula):** Probabilidade de eventos observada (q) equivale à Probabilidade de eventos esperada (q<sub>0</sub>).
- **H<sub>1</sub> (Hipótese Alternativa):** Probabilidade de eventos observada (q) difere da Probabilidade de eventos esperada (q<sub>0</sub>).

Um importante pressuposto desse método a ser observado é a presença de amostras significativas em cada uma das idades, dado que se trata de um teste paramétrico, onde se infere a distribuição normal nas diferentes idades.

### 3.4 Teste Qui-quadrado

Por meio do teste estatístico Qui-Quadrado ( $\chi^2$ ), é possível verificar se a população estudada se comporta de forma semelhante à tábua adotada. Tal constatação ocorre quando as divergências entre as frequências observadas e esperadas forem muito pequenas, não significativas.

O índice  $\chi^2$  é calculado pela fórmula abaixo:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Onde:

O<sub>i</sub> = Frequência Observada na idade i; e

E<sub>i</sub> = Frequência Esperada na idade i.

O teste estatístico se dá em função das seguintes hipóteses:

- **H<sub>0</sub> (Hipótese Nula):** A tábua adotada está aderente à experiência da população estudada ou O=E.
- **H<sub>1</sub> (Hipótese Alternativa):** A tábua adotada não está aderente à experiência da população estudada ou O≠E

Após o cálculo do  $\chi^2$ , verifica-se o ' $\chi^2$  Crítico' levando-se em consideração o nível de significância adotado e os graus de liberdade. O mesmo será denotado como  $\chi^2_{gl;\alpha}$ , onde 'gl' demonstra os Graus de Liberdade e ' $\alpha$ ' o Nível de Significância.

Adotou-se 5,00% como nível de significância, sendo este o erro máximo de aceitação. O teste revela que, se o  $\chi^2$  for superior ao ' $\chi^2$  Crítico', a hipótese nula (H<sub>0</sub>) deve ser rejeitada. Em contrapartida, se o  $\chi^2$  for inferior ao ' $\chi^2$  Crítico' a hipótese nula (H<sub>0</sub>) não deve ser rejeitada ao nível de significância definido.

Dentre as inúmeras tábuas testadas seleciona-se prioritariamente aquelas onde o teste nos indica não ser possível rejeitar a hipótese nula, com confiança estatística.

Importante destacar que, conforme bibliografia científica, um importante pressuposto do teste é possuir, em todas as faixas analisadas, um número de eventos esperados igual ou maior que 5. Assim, as faixas etárias são constituídas agregando-se as idades de forma a se respeitar o pressuposto.

### 3.5 Desvio Quadrático Médio

Como forma complementar de avaliar os riscos de não adequação das tábuas biométricas, apura-se o Desvio Quadrático Médio (DQM) por ano e por idade, sendo esta medida calculada mediante a formulação a seguir:

$$DQM = \sqrt{\sum_{i=1}^n (E_i^{Obs} - E_i^{Esp})^2 / (n)}$$

Onde,

*DQM* Refere-se ao Desvio Quadrático Médio apurado entre os eventos observados e esperados;

$E_i^{Obs}$  Refere-se aos eventos observados no ano (ou idade) *i* de observação;

$E_i^{Esp}$  Refere-se aos eventos esperados no ano (ou idade) *i* de observação;

*i* refere-se à variável “ano de análise” ou “idade de análise” sendo *n* o número de anos utilizados no período ou idades analisadas.

Por meio dessa análise, as tábuas mais aderentes são aquelas que demonstram menor Desvio Quadrático Médio. Trata-se de uma metodologia que, apesar de não demonstrar resultados conclusivos com base em significância estatística, se mostra adequada para comparar diferentes tábuas, caso os testes estatísticos não sejam conclusivos.

## 4 METODOLOGIAS – TAXA DE JUROS

### 4.1 Projeção dos ativos

A taxa de juros mais adequada a ser utilizada como taxa de desconto para apuração do valor presente dos fluxos de benefícios e contribuições de um plano de benefícios é aquela que corresponde ao valor esperado da rentabilidade futura dos investimentos. Isso porque em cálculos atuariais, são descontados valores de longuíssimo prazo a valor presente.

Assim, deve-se buscar o que denominamos como *taxa de convergência*, por meio de estudos prospectivos. Tais estudos visam comprovar a aderência das hipóteses de rentabilidade dos investimentos ao plano de custeio e ao fluxo futuro de receitas de contribuições e de pagamento de benefícios projetados.

Para realização dos estudos prospectivos, foram considerados inicialmente os ativos do RPPS (**Plano BHPrev**) na data base de **30/06/2019**, nos diferentes segmentos de aplicação, contemplando a integralidade do patrimônio garantidor de benefícios.

Com base em premissas de alocação, devidamente explicadas mais a diante, projetou-se os recursos do plano previdenciário, líquidos do pagamento de benefícios, de forma a se apurar o retorno esperado dos investimentos, ano a ano. Apurados os retornos esperados em base anual, foram calculados os retornos acumulados em cada exercício, bem como a volatilidade (risco) esperada da carteira, com base em sua composição do final do exercício.

A volatilidade, por sua vez, foi associada aos indexadores dos ativos. Ativos marcados a vencimento (NTN-B já contratadas) foram considerados com risco zero. Os recursos disponíveis para investimento em renda fixa foram associados à volatilidade da SELIC, enquanto os de renda variável à volatilidade do índice IBOVESPA e os Investimentos no Exterior ao S&P 500.

Importante frisar que a risco foi considerado ponderando-se tais volatilidades ao peso de alocação da carteira nos diferentes perfis. Destaca-se que os ativos foram projetados com base em taxa real de juros. Da mesma forma, os indexadores utilizados foram considerados de forma líquida de inflação. De posse do risco e do retorno em cada um dos anos futuros, até o encerramento do fluxo atuarial, foram realizadas projeções estocásticas, pelo método de *Monte-Carlo*. A taxa de convergência foi, então, apurada por meio desses processos estocásticos, sendo gerados 1000 cenários de rentabilidade por ano, com base nas projeções de retorno e risco da carteira. Analisando-se os 1000 cenários anuais, apurou-se como taxa de convergência como sendo aquela em que 50% dos cenários demonstraram rentabilidades superiores e 50% demonstraram rentabilidades inferiores, observada a taxa média ao final do período.

Assim, podemos concluir que a taxa de convergência é aquela em que há ao menos 50% de probabilidade de superarmos, com base na taxa média de rentabilidade ao final do período. A adoção de taxas inferiores eleva a probabilidade de acerto, podendo ser adotadas por critérios de conservadorismo.

## 4.2 Cenários avaliados

Para favorecer um processo decisório com maior embasamento técnico, foram realizados diferentes cenários, variando-se a alocação futura e ainda buscando-se a meta de rentabilidade dos ativos em renda variável para atingimento da atual meta atuarial.

### a) Cenário 1:

- Considerando meta de alocação e rentabilidade conforme informações repassadas pelo RPPS, fundamentadas na Política de Investimentos.

### b) Cenário 2:

- Elevação gradual de alocação em renda variável para o máximo permitido pela Legislação (30%), mantendo-se a premissa de rentabilidade da renda variável, conforme informações repassadas pelo RPPS

### c) Cenário 3:

- Elevação gradual de alocação em renda variável para o máximo permitido pela Legislação (30%) e definição da meta de rentabilidade dos ativos financeiros em renda variável para manutenção segura da atual meta atuarial.

De posse dos resultados, o RPPS deverá avaliar, na oportunidade, a hipótese mais adequada a ser adotada como meta atuarial para avaliação de encerramento do exercício de 2019.

## **5 METODOLOGIAS – DEMAIS HIPÓTESES ATUARIAIS**

Adotou-se como metodologia principal para análise da aderência da taxa de crescimento real dos salários (e de crescimento real dos benefícios) o método retrospectivo, por meio do qual se avaliou, individualmente, a variação salarial (ou de benefício) ano a ano para, então, apurar a média real (acima da inflação) para a população de segurados ativos, (aposentados e pensionistas).

A análise do crescimento salarial foi realizada para todos os segurados ativos que compunham a base de dados, independente do status atual. Dessa forma, foi possível computar, na busca da taxa média, os servidores durante sua exposição ao risco de elevação salarial. Da mesma forma, para o crescimento de benefício se avaliou os aposentados e pensionistas durante o período de exposição.

Para apuração da taxa real, apurou-se a variação acumulada no período de exposição, descontando-se, ano a ano, o índice de inflação (IPCA). Por fim, apurou-se a taxa real anual individual mediante média geométrica do período. Destaca-se que, anteriormente à apuração das médias, foi efetuado um saneamento dos dados pela exclusão de outliers. Foram, ainda, analisadas as dispersões das variações salariais para apuração de intervalo de confiança estatístico.

Quanto ao tempo médio em abono de permanência, foram realizados estudos dos atuais aposentados pelo RPPS, verificando-se, em média, o tempo em abono de permanência. De posse dos dados, foi possível estabelecer ainda um intervalo de confiança estatístico de 95% para a hipótese.

## **6 RESULTADOS - HIPÓTESES BIOMÉTRICAS**

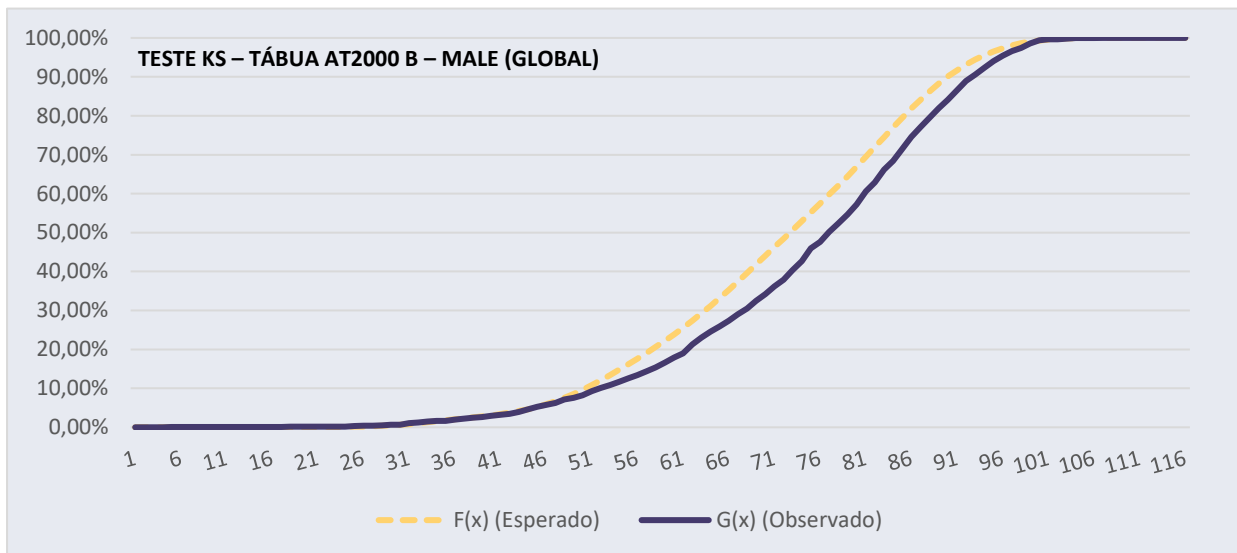
Para realização do presente trabalho, buscou-se a aplicação das diferentes metodologias apresentadas, considerando-se o histórico de eventos dos últimos 10 anos (exercícios de 2009 a 2018) disponibilizados pelo RPPS-BH.

### **6.1 Mortalidade Geral**

Atualmente é adotada tábua AT-2000 B MALE, para ambos os sexos, como hipótese de mortalidade geral aos planos administrados pelo RPPS-BH. Foram aplicados os diferentes testes estatísticos apresentados, visando a análise da adequação da referida hipótese ou a necessidade de substituição da mesma, conforme demonstrado a seguir:



| KOLMOGOROV-SMIRNOV - GLOBAL | TESTE K-S | Critical statistic | Resultado                  |
|-----------------------------|-----------|--------------------|----------------------------|
| AT 2000 - Básica - M        | 0,1031    | 0,1268             | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| AT 2000 - F Desag. 10%      | 0,0383    | 0,1268             | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| IBGE 2017                   | 0,1923    | 0,1268             | Rejeita H <sub>0</sub>     |
| AT 2000 - F Desag. 20%      | 0,0383    | 0,1268             | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| AT 2000 - F                 | 0,0383    | 0,1268             | Não Rejeita H <sub>0</sub> |



O teste Kolmogorov-Smirnov foi realizado para a massa de segurados dos planos FUFIN e BHPrev de forma consolidada, onde se demonstrou que, à exceção da tábua IBGE, aquelas advindas da família AT2000 (masculina e feminina) se mostram aderentes quanto à distribuição de densidade de óbitos ao longo das idades. Destaca-se ainda que a tábua AT 2000 Female mostrou maior aderência pelo teste KS.

De posse destes resultados, deve-se analisar, entre as tábuas não rejeitadas pelo teste KS, aquelas que demonstram menor divergência entre o esperado e o observado pelos demais testes.

| TESTE BINOMIAL ~ GLOBAL | Média  | Limite Inferior | Limite Superior | Observado | Teste Global               |
|-------------------------|--------|-----------------|-----------------|-----------|----------------------------|
| AT 2000 - Básica - M    | 376,70 | 352             | 401             | 186,6     | Rejeita H <sub>0</sub>     |
| AT 2000 - F Desag. 10%  | 206,01 | 188             | 224             | 186,6     | Rejeita H <sub>0</sub>     |
| IBGE 2017               | 477,59 | 450             | 505             | 186,6     | Rejeita H <sub>0</sub>     |
| AT 2000 - F Desag. 20%  | 183,12 | 166             | 200             | 186,6     | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| AT 2000 - F             | 228,90 | 210             | 248             | 186,6     | Rejeita H <sub>0</sub>     |

Pelo teste Binomial, observa-se que apenas a Tábua AT2000 – F Desagravada em 20% (destacada em azul) apresentaria um número de eventos dentro do intervalo de confiança de 95% para a massa global de segurados.

As demais tábuas da família AT2000, inclusive a vigente (destacada em amarelo), apesar de não rejeitadas no teste K-S, demonstram uma quantidade de eventos observados abaixo do limite inferior do intervalo de confiança, demonstrando a necessidade de desagravamento da tábua, pela maior longevidade da população segurada.

De forma geral, o teste demonstra que a mortalidade dos segurados do RPPS se situa mais próximo à Tábua AT 2000 - F Desagravada em 20%, mais longeva que a vigente.

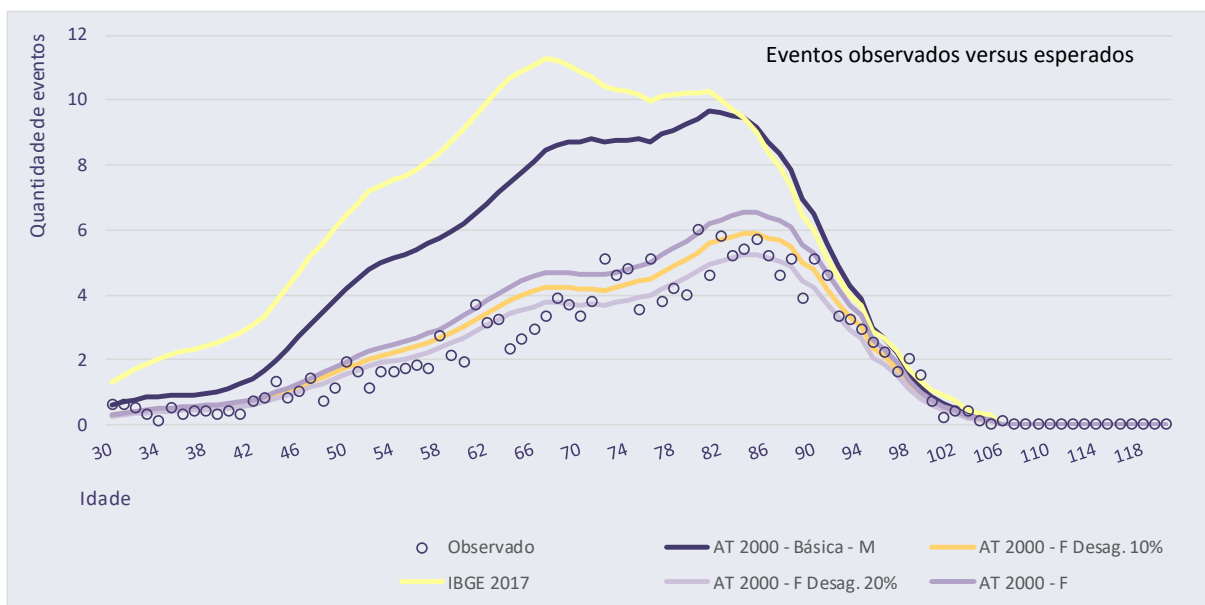
| Qui-quadrado ~ GLOBAL  | Estatística Q <sup>2</sup> | G. de Liberdade | Critical statistic | Resultado                  |
|------------------------|----------------------------|-----------------|--------------------|----------------------------|
| AT 2000 - Básica - M   | 104,01                     | 48              | 65,17              | Rejeita H <sub>0</sub>     |
| AT 2000 - F Desag. 10% | 5,12                       | 29              | 42,56              | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| IBGE 2017              | 193,76                     | 49              | 66,34              | Rejeita H <sub>0</sub>     |
| AT 2000 - F Desag. 20% | 3,62                       | 26              | 38,89              | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| AT 2000 - F            | 10,83                      | 31              | 44,99              | Não Rejeita H <sub>0</sub> |

Pelo teste Qui-quadrado, rejeita-se a aderência das tábuas AT 2000 – Básica – Masculina e a Tábua IBGE, as quais demonstram divergências significativas entre a quantidade de óbitos esperados e observados. Dentre as tábuas testadas, a que mais aderência demonstrou, novamente, foi a Tábua AT 2000 - F Desagravada em 20% (destacada em azul), mais longeva que a vigente.

Pelo Teste Z, demonstrado a seguir, se observa que, analisando-se a massa de segurados do RPPS, apenas as Tábuas da Família AT 2000 - Feminina não seriam rejeitadas, demonstrando, mais uma vez, a maior longevidade dos segurados do RPPS em relação à Tábua vigente.

| TESTE Z - GLOBAL       | Eventos Esperados | Eventos Observados | Z <sub>calculado</sub> | Resultado                  |
|------------------------|-------------------|--------------------|------------------------|----------------------------|
| AT 2000 - Básica - M   | 377               | 187                | 7,44                   | Rejeita H <sub>0</sub>     |
| AT 2000 - F Desag. 10% | 206               | 187                | 0,25                   | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| IBGE 2017              | 478               | 187                | 10,76                  | Rejeita H <sub>0</sub>     |
| AT 2000 - F Desag. 20% | 183               | 187                | 1,12                   | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| AT 2000 - F            | 229               | 187                | 1,48                   | Não Rejeita H <sub>0</sub> |

Observa-se também pelo gráfico a seguir maior proximidade entre os óbitos observados e aqueles esperados pelas tábuas mais longevas.



Quanto ao número de eventos observados e esperados ano a ano, temos os seguintes resultados apurados:

| Ano            | DIVERGÊNCIA Observado – Esperado (GLOBAL) <sup>3</sup> |                  |                    |               |                  |
|----------------|--|------------------|--------------------|---------------|------------------|
|                | Tábua 1  | Tábua 2          | Tábua 3            | Tábua 4       | Tábua 5          |
| 2009           | -135,576   | -9,280           | -218,512           | 7,084         | -25,645          |
| 2010           | -117,688   | 16,472           | -203,658           | 33,975        | -1,032           |
| 2011           | -140,628   | 2,416            | -231,088           | 21,148        | -16,315          |
| 2012           | -134,661   | 18,836           | -230,293           | 38,965        | -1,294           |
| 2013           | -217,910   | -53,271          | -319,151           | -31,463       | -75,079          |
| 2014           | -285,040   | -108,986         | -390,648           | -85,432       | -132,540         |
| 2015           | -216,655   | -29,263          | -326,851           | -4,011        | -54,514          |
| 2016           | -238,977   | -40,089          | -353,865           | -13,079       | -67,098          |
| 2017           | -228,406   | -18,243          | -346,182           | 10,561        | -47,048          |
| 2018           | -185,504   | 27,326           | -289,698           | 57,067        | -2,416           |
| <b>TOTAL</b>   | <b>(1.901,045)</b>                                     | <b>(194,082)</b> | <b>(2.909,947)</b> | <b>34,816</b> | <b>(422,980)</b> |
| <b>DQM Ano</b> | <b>197,359</b>   | <b>43,562</b>    | <b>297,648</b>     | <b>38,748</b> | <b>58,158</b>    |

A análise anual nos demonstra também que há uma melhor aderência da tábua AT 2000 - F Desagravada em 20%.

Conclusivamente, diferente dos estudos realizados em 2018, como os testes Binomial, Qui-quadrado e Teste Z apresentaram rejeição à tábua vigente recomenda-se sua migração para tábuas mais longevas, visando a adequação dos cálculos atuariais e a sustentabilidade do RPPS.

## 6.2 Mortalidade de Inválidos

Assim como os estudos realizados para mortalidade geral, para maior significância dos testes, optou-se por realizar os estudos com o grupo consolidado de segurados do RPPS.

Atualmente é adotada tábua AT2000 Básica Masculina como hipótese de mortalidade de inválidos aos planos FUFIN e BHPrev administrados pelo RPPS-BH. Foram aplicados os diferentes testes estatísticos apresentados visando a análise da adequação da referida hipótese ou a necessidade de substituição da mesma, conforme demonstrado a seguir.

| KOLMOGOROV-SMIRNOV - GLOBAL | TESTE K-S | Critical statistic | Resultado      |
|-----------------------------|-----------|--------------------|----------------|
| AT 2000 - Básica - M        | 0,1327    | 0,1268             | Rejeita H0     |
| WINKLEVOSS                  | 0,1104    | 0,1268             | Não Rejeita H0 |
| RP-2000 DISABLED FEMALE     | 0,0534    | 0,1268             | Não Rejeita H0 |
| IBGE 2017                   | 0,0779    | 0,1268             | Não Rejeita H0 |
| RP-2000 DISABLED MALE       | 0,1233    | 0,1268             | Não Rejeita H0 |

O teste KS demonstrou a não aderência da tábua vigente aos eventos de mortalidade de inválidos do RPPS, sendo conclusivo quanto à necessidade de adequação da hipótese. Tal fato se observa, pois a referida tábua é referência à mortalidade geral e não especificamente à população de inválidos.

<sup>3</sup> Tábua 1: AT 2000 - Básica - M  
Tábua 2: AT 2000 - F Desag. 10%  
Tábua 3: IBGE 2017  
Tábua 4: AT 2000 - F Desag. 20%  
Tábua 5: AT 2000 - F

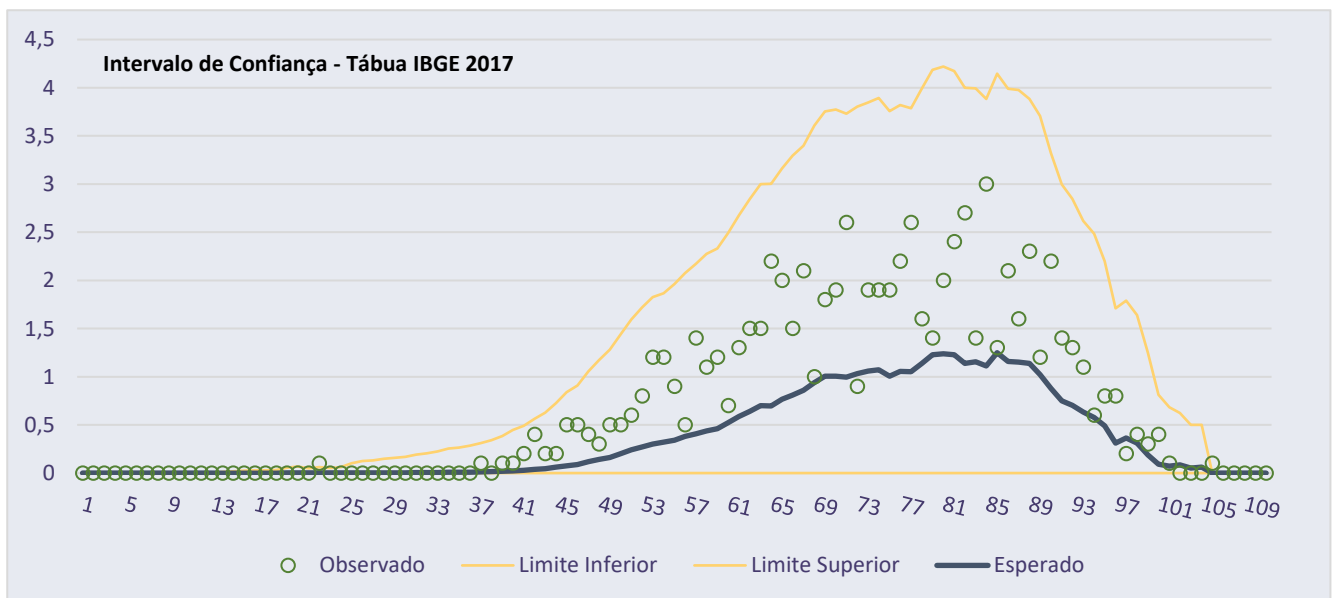
O teste Binomial, por sua vez, demonstrou aderência à WINKLEVOSS, rejeitando todas as demais, visto que o número de eventos se mostrou em região crítica, fora do intervalo de confiança de 95%.

| TESTE BINOMIAL ~ GLOBAL | Média | Limite Inferior | Limite Superior | Observado | Teste Global   |
|-------------------------|-------|-----------------|-----------------|-----------|----------------|
| AT 2000 - Básica - M    | 32,85 | 22              | 44              | 73,7      | Rejeita H0     |
| WINKLEVOSS              | 82,79 | 66              | 100             | 73,7      | Não Rejeita H0 |
| RP-2000 DISABLED FEMALE | 56,80 | 43              | 71              | 73,7      | Rejeita H0     |
| IBGE 2017               | 37,60 | 26              | 49              | 73,7      | Rejeita H0     |
| RP-2000 DISABLED MALE   | 96,11 | 78              | 114             | 73,7      | Rejeita H0     |

Observa-se que o número observado de óbitos tem se mostrado, à exceção da tábua WINKLEVOSS e RP-2000 DISABLED MALE, acima do estimado pelas diferentes tábuas. Para esta última o número de eventos observados se mostrou inferior ao limite mínimo.

Destaca-se que a tábua IBGE2017 foi utilizada nos testes, apesar de se tratar de tábua de mortalidade geral da população brasileira, tendo em vista as disposições da Portaria 464/2018, que a denota como referência mínima para fins de sobrevivência de inválidos.

Se analisarmos o gráfico a seguir verificaremos que em praticamente todas as idades em que houve óbito de inválidos o número de observações foram superiores ao esperado pela Tábua IBGE 2017. Não obstante, por força de norma, não se poderia adotar tábua de mortalidade menos longa que a mesma.



Se analisarmos o mesmo gráfico construído para a tábua WINKLEVOSS se poderá observar maior aderência, havendo, ao longo das idades, um número de eventos acima e, em outras idades, um número de eventos abaixo do esperado, estando, em média, aderentes.



Pelo teste qui-quadrado, rejeita-se a tábua vigente e também a tábua IBGE 2017, ambas formatadas como parâmetro para mortalidade geral e não de inválidos. Não obstante, conforme já destacado, a tábua IBGE 2017 deve ser considerada como referência mínima de longevidade para realização dos cálculos atuariais dos RPPS.

| Qui-quadrado ~ GLOBAL   | Estatística Q <sup>2</sup> | G. de Liberdade | Critical statistic | Resultado                  |
|-------------------------|----------------------------|-----------------|--------------------|----------------------------|
| AT 2000 - Básica - M    | 69,53                      | 5               | 11,07              | Rejeita H <sub>0</sub>     |
| WINKLEVOSS              | 5,13                       | 12              | 21,03              | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| RP-2000 DISABLED FEMALE | 7,53                       | 9               | 16,92              | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| IBGE 2017               | 41,18                      | 9               | 16,92              | Rejeita H <sub>0</sub>     |
| RP-2000 DISABLED MALE   | 9,91                       | 15              | 25,00              | Não Rejeita H <sub>0</sub> |

Já para o Teste Z, similar ao Binomial, rejeita-se a tábua vigente e a tábua IBGE 2017, ambas formatadas como parâmetro para mortalidade geral e não de inválidos. Demonstraram aderência as tábuas WINKLEVOSS e RP-2000 DISABLED MALE, ambas formatadas para mortalidade de inválidos.

| TESTE Z - GLOBAL        | Eventos Esperados | Eventos Observados | Z <sub>calculado</sub> | Resultado   |
|-------------------------|-------------------|--------------------|------------------------|-------------|
| AT 2000 - Básica - M    | 33                | 74                 | 7,98                   | Rejeita     |
| WINKLEVOSS              | 83                | 74                 | 0,60                   | Não Rejeita |
| RP-2000 DISABLED FEMALE | 57                | 74                 | 2,23                   | Rejeita     |
| IBGE 2017               | 38                | 74                 | 5,83                   | Rejeita     |
| RP-2000 DISABLED MALE   | 96                | 74                 | 1,87                   | Não Rejeita |

Quanto às análises anuais de eventos ocorridos e observados, verificamos, novamente, uma maior aderência das tábuas WINKLEVOSS e RP-2000 DISABLED MALE sendo estas as que menores divergências e desvios quadráticos demonstraram no período.

| Ano            | DIVERGÊNCIA (Observado – Esperado) <sup>4</sup> |                |                |                |                 |
|----------------|---|----------------|----------------|----------------|-----------------|
|                | Tábua 1   | Tábua 2        | Tábua 3        | Tábua 4        | Tábua 5         |
| 2009           | 55,552  | 1,186          | 29,758         | 50,597         | -13,831         |
| 2010           | 44,361  | -9,134         | 19,058         | 39,407         | -23,733         |
| 2011           | 41,643  | -10,739        | 16,583         | 36,972         | -25,103         |
| 2012           | 48,858  | -3,279         | 23,932         | 44,194         | -17,554         |
| 2013           | 21,863  | -29,616        | -2,803         | 17,239         | -43,736         |
| 2014           | 50,293  | 1,312          | 26,751         | 45,662         | -11,863         |
| 2015           | 45,248  | -2,277         | 22,393         | 40,543         | -14,719         |
| 2016           | 60,713  | 14,867         | 38,462         | 56,060         | 3,049           |
| 2017           | 17,195  | -30,352        | -5,866         | 12,316         | -42,397         |
| 2018           | 22,797  | -22,827        | 0,752          | 18,039         | -34,249         |
| <b>Total</b>   | <b>408,522</b>                                  | <b>-90,858</b> | <b>169,023</b> | <b>361,028</b> | <b>-224,137</b> |
| <b>DQM Ano</b> | <b>43,280</b>                                   | <b>16,60</b>   | <b>21,99</b>   | <b>38,83</b>   | <b>26,34</b>    |

<sup>4</sup> Tábua 1: AT 2000 - Básica - M

Tábua 2: WINKLEVOSS

Tábua 3: RP-2000 DISABLED FEMALE

Tábua 4: IBGE 2017

Tábua 5: RP-2000 DISABLED MALE

Nesse ínterim, destaca-se, as disposições da Portaria 464/2018 transcritas a seguir:

*Art. 21. As tábuas biométricas utilizadas nas avaliações atuariais para a projeção da longevidade e da entrada em invalidez da massa de beneficiários do RPPS deverão estar adequadas à respectiva massa, observados os seguintes critérios técnicos:*

*I - para a taxa de sobrevivência de válidos e inválidos, o limite mínimo será: a) dado pela tábua anual de mortalidade do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatísticas - IBGE, segregada obrigatoriamente por sexo, divulgada no endereço eletrônico na rede mundial de computadores - Internet da Secretaria de Previdência; (Original sem grifo)*

Assim, afora as indicações dos testes, que indicariam a substituição da atual tábua pela WINKLEVOSS, tendo em vista as normas vigentes, recomenda-se a alteração da tábua AT2000 Básica MALE pela Tábua do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatísticas (IBGE 2017), reduzindo parcialmente a longevidade estimada e aproximando os eventos esperados dos ocorridos.

### 6.3 Entrada em Invalidez

Atualmente é adotada a tábua Álvaro Vindas como hipótese de Entrada em Invalidez. Assim como para as demais tábuas biométricas, foram aplicados os diferentes testes estatísticos apresentados no capítulo de metodologia, visando a análise da adequação da referida hipótese ou a necessidade de substituição da mesma, conforme demonstrado a seguir:

| KOLMOGOROV-SMIRNOV - GLOBAL | TESTE K-S | Critical statistic | Resultado      |
|-----------------------------|-----------|--------------------|----------------|
| ALVARO VINDAS               | 0,1192    | 0,1268             | Não Rejeita H0 |
| GRUPAL AMERICANA            | 0,1196    | 0,1268             | Não Rejeita H0 |
| Hunters + AV                | 0,1324    | 0,1268             | Rejeita H0     |
| LIGHT MÉDIA                 | 0,0717    | 0,1268             | Não Rejeita H0 |
| IAPB-57 FRACA               | 0,1131    | 0,1268             | Não Rejeita H0 |

O teste Kolmogorov-Smirnov foi realizado para a massa de segurados dos planos FUFIN e BHPPrev de forma consolidada, onde se demonstrou que a tábua vigente apresentou aderência à experiência estatística dos segurados do RPPS de Belo Horizonte.

De posse destes resultados, deve-se analisar, entre as tábuas não rejeitadas pelo teste KS, aquelas que demonstram menor divergência entre o esperado e o observado pelos demais testes.

Pelo teste Binomial, observa-se também a aderência da tábua vigente, dado que o número de eventos observados se mostrou dentro do intervalo de confiança de 95% para a massa global de segurados.

| TESTE BINOMIAL   | Média  | Limite Inferior | Limite Superior | Observado | Teste Global               |
|------------------|--------|-----------------|-----------------|-----------|----------------------------|
| ALVARO VINDAS    | 61,83  | 46              | 77              | 52,5      | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| GRUPAL AMERICANA | 43,97  | 31              | 57              | 52,5      | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| Hunters + AV     | 59,21  | 44              | 74              | 52,5      | Não Rejeita H <sub>0</sub> |
| LIGHT MÉDIA      | 176,58 | 151             | 203             | 52,5      | Rejeita H <sub>0</sub>     |
| IAPB-57 FRACA    | 129,18 | 107             | 151             | 52,5      | Rejeita H <sub>0</sub>     |

Assim como no teste Binomial, pelo teste Qui-quadrado, rejeita-se as LIGHT MÉDIA e IAPB-57 FRACA, enquanto a vigente se mostra como sendo aquela com menor divergência dentre as estudadas.



| Qui-quadrado ~ GLOBAL | Estatística Q <sup>2</sup> | G. de Liberdade | Critical statistic | Resultado      |
|-----------------------|----------------------------|-----------------|--------------------|----------------|
| ALVARO VINDAS         | 9,70                       | 9               | 16,92              | Não Rejeita H0 |
| GRUPAL AMERICANA      | 11,50                      | 6               | 12,59              | Não Rejeita H0 |
| Hunters + AV          | 10,05                      | 9               | 16,92              | Não Rejeita H0 |
| LIGHT MÉDIA           | 89,20                      | 24              | 36,42              | Rejeita H0     |
| IAPB-57 FRACA         | 50,72                      | 16              | 26,30              | Rejeita H0     |

Pelo Teste Z, demonstrado a seguir, se observa as mesmas conclusões extraídas pelos testes Binomial e Qui-quadrado, onde se constata a adequação da hipótese atuarial vigente.

| TESTE Z - GLOBAL | Eventos Esperados | Eventos Observados | Z <sub>calculado</sub> | Resultado   |
|------------------|-------------------|--------------------|------------------------|-------------|
| ALVARO VINDAS    | 62                | 53                 | 1,01                   | Não Rejeita |
| GRUPAL AMERICANA | 44                | 53                 | 0,92                   | Não Rejeita |
| Hunters + AV     | 59                | 53                 | 0,75                   | Não Rejeita |
| LIGHT MÉDIA      | 177               | 53                 | 7,60                   | Rejeita     |
| IAPB-57 FRACA    | 129               | 53                 | 5,83                   | Rejeita     |

Quanto ao número de eventos observados e esperados ano a ano, temos os seguintes resultados apurados:

| Ano            | DIVERGÊNCIA Observado – Esperado (GLOBAL) <sup>5</sup> |         |         |            |          |
|----------------|--|---------|---------|------------|----------|
|                | Tábua 1  | Tábua 2 | Tábua 3 | Tábua 4    | Tábua 5  |
| 2009           | 33,832   | 48,069  | 36,073  | -64,328    | -24,006  |
| 2010           | 5,419  | 20,242  | 7,739   | -96,286    | -53,694  |
| 2011           | -7,559   | 8,270   | -5,166  | -114,468   | -69,682  |
| 2012           | 13,449   | 30,328  | 15,966  | -98,459    | -51,701  |
| 2013           | -21,603  | -3,858  | -18,906 | -138,491   | -90,124  |
| 2014           | -35,536  | -16,701 | -32,712 | -158,040   | -107,024 |
| 2015           | -20,865  | -0,734  | -17,933 | -149,077   | -95,729  |
| 2016           | -37,038  | -15,636 | -34,021 | -169,016   | -115,065 |
| 2017           | -22,260  | -0,632  | -19,267 | -152,818   | -100,141 |
| 2018           | -1,090   | 15,953  | 1,164   | -99,864    | -59,639  |
| <b>TOTAL</b>   | (93,25)  | 85,30   | (67,06) | (1.240,85) | (766,80) |
| <b>DQM Ano</b> | 23,335   | 21,218  | 22,185  | 128,249    | 81,580   |

A análise anual nos demonstra que o número de eventos observados foi inferior ao número de eventos esperados pela tábua vigente (Álvaro Vindas), demonstrando, porém, um dos menores desvios quadráticos.

Nesse ínterim, destaca-se, as disposições da Portaria 464/2018 transcritas a seguir:

*Art. 21. As tábuas biométricas utilizadas nas avaliações atuariais para a projeção da longevidade e da entrada em invalidez da massa de beneficiários do RPPS deverão estar adequadas à respectiva massa, observados os seguintes critérios técnicos: (...) II - para a taxa de entrada em invalidez, o limite mínimo será: a) dado pela tábua Álvaro Vindas;*

<sup>5</sup> Tábua 1: ALVARO VINDAS  
Tábua 2: GRUPAL AMERICANA  
Tábua 3: HUNTERS + AV  
Tábua 4: LIGHT MÉDIA  
Tábua 5: IAPB-57 FRACA

Assim, tendo em vista a aderência estatística da tábua vigente atestada pelos diversos testes aplicados, e ainda em se observando um número de eventos inferior ao esperado pela referida hipótese, por se tratar do referencial mínimo estabelecido pela Portaria 464/2018, recomenda-se sua manutenção.

## 7 RESULTADOS – TAXA DE JUROS

Observada a metodologia de projeção dos ativos garantidores dos benefícios do Plano BHPrev, conforme capítulo 4, foram apuradas as taxas de convergência demonstradas nos tópicos a seguir.

Conforme mencionado, o RPPS deverá observar o cenário mais condizente com seu perfil de risco para tomada de decisão em relação à taxa de juros a ser usada como hipótese nas avaliações atuariais vindouras

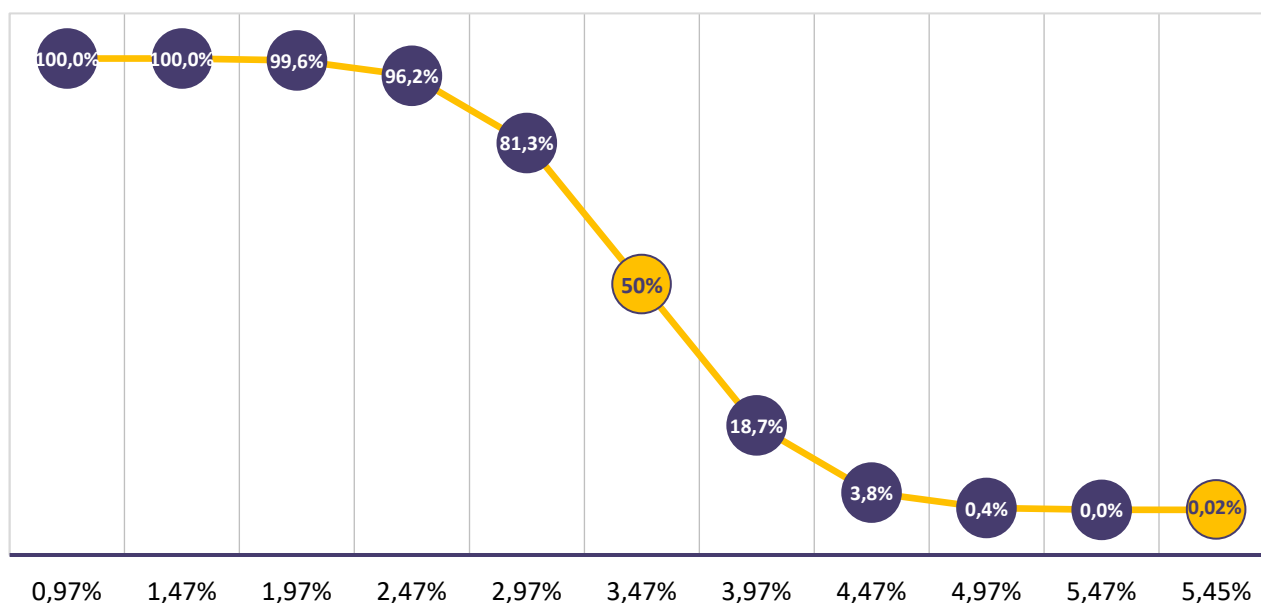
### 7.1 Cenário 1

O cenário 1 considera as premissas de meta de alocação e de rentabilidade por segmento de aplicação, conforme enviado pelo RPPS e devidamente apresentado no Capítulo 4.

Assim, dadas as projeções de rentabilidade da carteira, ano a ano, realizadas por processos estocásticos, **apurou-se a taxa de 3,47% como sendo a taxa de convergência**.

Ou seja, seria essa a rentabilidade média alcançada no longo prazo, cuja probabilidade de atingimento (e superação) equivale a 50%, observado todo o fluxo futuro de contribuições, benefícios, investimentos e desinvestimentos, conforme premissas de rentabilidade e alocações adotados. Qualquer taxa de juros inferior a 3,47% adotada como meta elevaria a probabilidade de atingimento para algo maior que 50%, conforme gráficos a seguir:

Pelo cenário 1, a probabilidade de a taxa de rentabilidade média ao final do período ser superior à meta atuarial vigente (5,45%) seria de apenas 0,2%, o que demandaria adequação da hipótese atuarial, sob risco de geração de perdas atuariais e conseqüente insolvência no plano de benefícios.



Pelo Gráfico a seguir são apresentados Boxplot das rentabilidades em cada um dos exercícios, observados os 1000 cenários gerados por processos estocásticos.

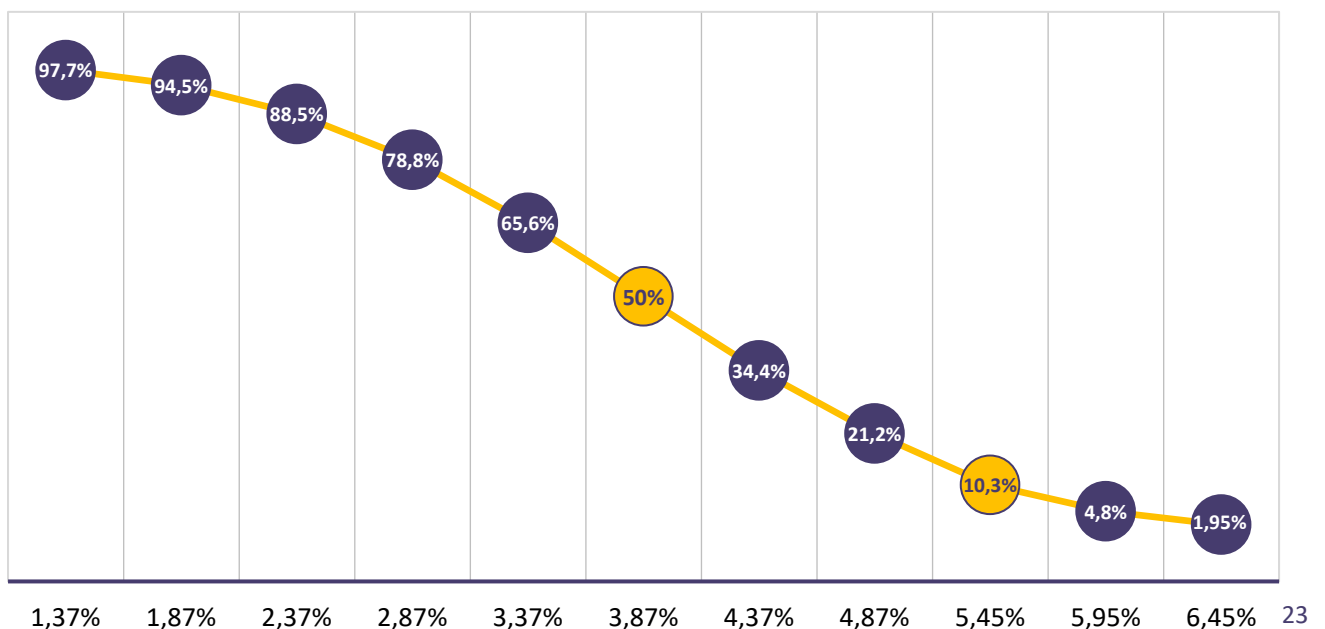


Observa-se, pelos resultados, que o atingimento da atual meta atuarial demandaria alterações nas alocações e também das rentabilidades definidas como benchmarks nos diferentes segmentos de aplicação. A manutenção da meta atuarial em 5,45%, num cenário de redução dos juros básicos da economia, associado a alocação em ativos de renda fixa, eleva os riscos atuariais, podendo gerar frustração de recursos no longo prazo.

## 7.2 Cenário 2

O cenário 2 considera, diferente das premissas encaminhadas pelo RPPS, uma maior exposição em renda variável, havendo a elevação gradual, ano após ano, até alcançar o patamar de 30%. Dada uma maior exposição ao risco, apesar da maior volatilidade da carteira, tem-se, no longo prazo, uma estimativa de melhores rentabilidades.

Nesse novo cenário, a taxa de convergência eleva para 3,87%, ainda abaixo da atual meta atuarial, enquanto que a probabilidade de atingimento da atual meta atuarial se eleva para aproximadamente 10%, ainda muito abaixo do nível de segurança desejado.



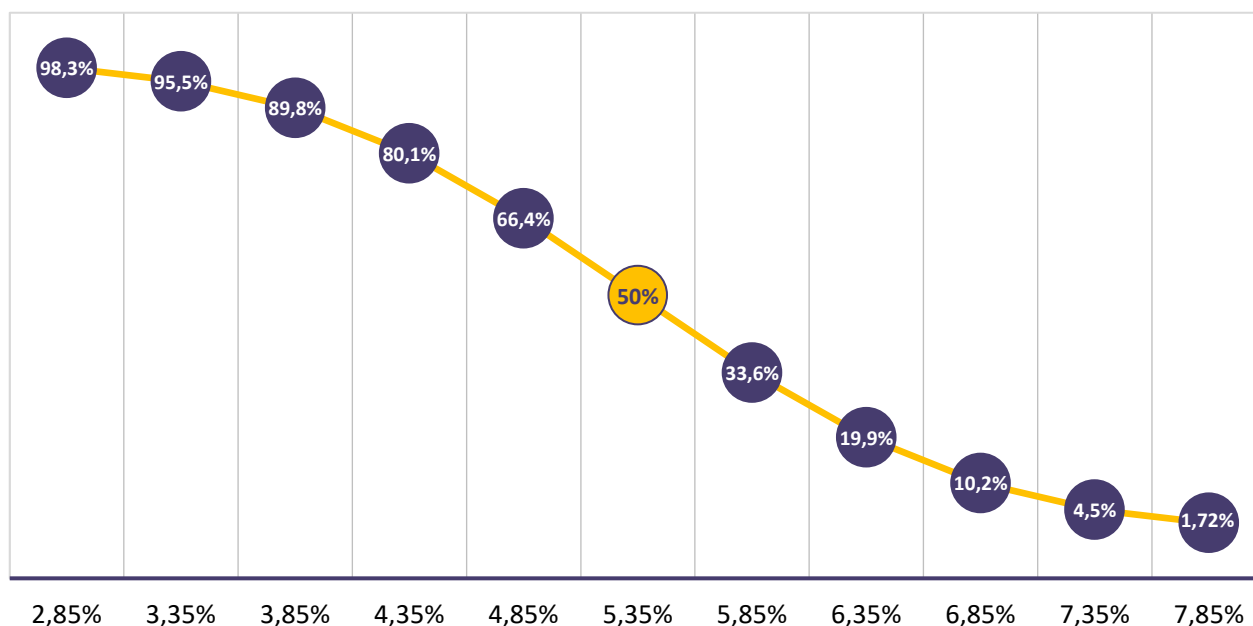
Dadas as projeções de rentabilidade de cada segmento, conforme premissas encaminhadas pelo RPPS, realizadas por processos estocásticos, apurou-se a taxa de 3,87% como sendo a taxa de convergência. Ou seja, seria essa a rentabilidade cuja probabilidade de atingimento seria de 50%, observado todo o fluxo futuro de contribuições, benefícios, investimentos e desinvestimentos, conforme premissas de rentabilidade e alocações adotados.

Assim, apesar de maior exposição em renda variável, observada a rentabilidade real estimada pelo RPPS, não seria possível ainda o atingimento da meta atuarial vigente como taxa média de rentabilidade no longo prazo. Para tanto, faz-se necessário buscar uma rentabilidade superior à estimada em todos os segmentos de aplicação, especialmente na renda variável.

### 7.3 Cenário 3

Observados os resultados apurados no cenário 2, buscou-se identificar a meta de rentabilidade da renda variável para que a taxa de convergência viesse a alcançar exatamente a meta atuarial atual, qual seja, 5,45% ao ano.

Elaborando os cálculos, identificou-se que a rentabilidade a ser definida como meta à renda variável, que permitiria o atingimento da atual meta atuarial, seria de 14,33% real ao ano. Essa rentabilidade permitiria elevar a probabilidade de atingimento da atual meta atuarial para 50%, conforme gráfico a seguir:



Trata-se de uma simulação que partiu da alocação definida para apurar a meta de rentabilidade da renda variável capaz de favorecer o atingimento da meta atuarial atual.

De posse dos estudos, recomenda-se a revisão da atual meta atuarial para patamares condizentes com os novos cenários econômicos, observados os riscos atuariais assumidos. Sabe-se que a redução da meta atuarial

acarreta em elevação do passivo atuarial. A não redução, porém, pode gerar frustração de recursos no longo prazo, pelo não atingimento da meta atuarial.

## 8 RESULTADOS – DEMAIS HIPÓTESES ATUARIAIS

Observadas as metodologias para os estudos retrospectivos de aderência do crescimento salarial e crescimento dos benefícios, e ainda da apuração do tempo médio em abono de permanência, conforme capítulo 5, foram apurados os resultados demonstrados a seguir:

### 8.1 Crescimento Salarial

Pelos estudos retrospectivos realizados, apuraram-se os seguintes resultados para média, Limite Inferior (LI) e Limite Superior (LS) para intervalo de confiança de 95%:

| Resultados   | Professores    | Não Professores | Global         |
|--------------|----------------|-----------------|----------------|
| <b>LI</b>    | <b>3,2971%</b> | <b>1,9829%</b>  | <b>2,5083%</b> |
| <b>Média</b> | <b>3,4805%</b> | <b>2,1557%</b>  | <b>2,6854%</b> |
| <b>LS</b>    | <b>3,6640%</b> | <b>2,3286%</b>  | <b>2,8625%</b> |

Com isso, recomenda-se a adequação da hipótese atuarial vigente, haja vista se situar abaixo do limite inferior do intervalo de confiança. Recomenda-se ainda a adoção de hipóteses distintas ao magistério e quadro geral, dadas as divergências nas médias dos subgrupos.

Sabe-se que a hipótese de crescimento salarial a ser adotada nos estudos tem relação direta sobre as políticas de recursos humanos adotadas pelo empregador e patrocinador dos planos de benefícios, no caso o Ente Federativo.

Assim, apesar dos estudos estatísticos, e dado que o mesmo foi feito por meio de uma análise retroativa, sugere-se a coleta, junto ao Ente, de uma manifestação acerca da hipótese que deverá ser considerada ao longo das próximas avaliações atuarias.

Tal prática é exigida a partir da Portaria 464/2018, conforme segue:

*Art. 16. A unidade gestora do RPPS deverá solicitar dos representantes do ente federativo informações e manifestação fundamentada das hipóteses econômicas e financeiras relacionadas ao estabelecimento de políticas ou à execução de programas e atividades sob responsabilidade do ente, especialmente daquelas relacionadas à gestão de pessoal, para subsidiar a escolha e a análise da aderência.*

*Parágrafo único. Na circunstância de não serem apresentadas as informações e a manifestação prevista neste artigo, cabará à unidade gestora do RPPS encaminhar ao atuário as informações de que dispõe para a definição das hipóteses mencionadas no caput, devendo constar do Relatório da Avaliação Atuarial as informações obtidas para a definição dessas hipóteses. (original sem grifo)*

Algo similar ocorre entre as Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC) que demandam dos patrocinadores manifestação acerca das hipóteses que guardam relação com suas atividades, tais como crescimento salarial e rotatividade.

## 8.2 Crescimento de Benefícios

Pelos estudos retrospectivos realizados, apuraram-se os seguintes resultados para média, Limite Inferior (LI) e Limite Superior (LS) para intervalo de confiança de 95%:

| Resultados   |                 |
|--------------|-----------------|
| <b>LI</b>    | <b>-0,4474%</b> |
| <b>Média</b> | <b>-0,4039%</b> |
| <b>LS</b>    | <b>-0,3604%</b> |

Observou-se que durante o período analisado o crescimento dos benefícios daqueles segurados com direito à paridade não superou a inflação do período, restando pequena perda do poder de compra. Desta forma, recomenda-se a manutenção da nulidade da hipótese atuarial.

## 8.3 Tempo Médio em Abono de Permanência

Pelos estudos realizados para apuração do tempo médio em abono de permanência, apuraram-se os seguintes resultados para média, Limite Inferior (LI) e Limite Superior (LS) para intervalo de confiança de 95%:

| Resultados   |      |
|--------------|------|
| <b>LI</b>    | 1,34 |
| <b>Média</b> | 1,41 |
| <b>LS</b>    | 1,50 |

Os estudos comprovam a aderência da hipótese vigente, utilizada na avaliação atuarial de encerramento do exercício de 2018, sendo recomendável sua manutenção.

# 9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Destacamos que os estudos realizados foram desenvolvidos com base nos dados disponibilizados pelo Regime Próprio de Previdência Social dos Servidores Públicos do Município de Belo Horizonte (MG) - RPPS-BH, conforme disposições do presente relatório e foram efetuados com base em metodologias cientificamente reconhecidas.

Quanto à hipótese de crescimento salarial, recomenda-se a análise dos resultados conjuntamente ao setor de recursos humanos do Ente Federativo, de forma à definição daquelas que serão as práticas futuras. Se aderentes ao passado, recomenda-se adotar aquelas apuradas pelos estudos estatísticos elaborados e devidamente apresentados no presente documento.

Já em relação à taxa de juros, por sua vez, recomenda-se analisar os cenários e optar por aquele que converge ao perfil de risco do RPPS. Quanto às tábuas biométricas, recomenda-se a adoção daqueles cujos resultados estatísticos apresentaram como sendo as mais adequadas à realidade dos segurados do RPPS.



Importante destacar ainda que as hipóteses atuariais devem ser sempre as melhores estimativas possíveis para as variáveis que determinam o custo dos planos de benefícios. Para tanto, estudos estatísticos como os apresentados são de grande relevância para seleção de tais premissas.

Belo Horizonte, 20 de setembro de 2019.



---

Rafael Porto de Almeida  
Atuário – MIBA 1.738