

# RELATÓRIO DE ANÁLISE DAS HIPÓTESES ATUARIAIS - 2018

*Regime Próprio de Previdência Social dos Servidores Públicos do  
Município de Belo Horizonte (MG) - RPPS-BH*



## RELATÓRIO DE ANÁLISE DAS HIPÓTESES ATUARIAIS – 2018

ESTUDOS ESTATÍSTICOS ELABORADOS PARA TESTAR A ADERÊNCIA DAS HIPÓTESES ATUARIAIS ADOTADAS PARA OS PLANOS BHPREV E FUFIN, ADMINISTRADOS PELO REGIME PRÓPRIO DE PREVIDÊNCIA SOCIAL DOS SERVIDORES PÚBLICOS DO MUNICÍPIO DE BELO HORIZONTE (MG) - RPPS-BH.

---

**RESUMO:** O presente Relatório tem como objetivo apresentar os resultados dos testes estatísticos realizados para avaliar a aderência das hipóteses de crescimento salarial, tábuas de mortalidade e a convergência da taxa de juros. Tais hipóteses são utilizadas nas avaliações atuariais dos planos administrados FUFIN e BHPrev, administrados pelo REGIME PRÓPRIO DE PREVIDÊNCIA SOCIAL DOS SERVIDORES PÚBLICOS DO MUNICÍPIO DE BELO HORIZONTE (MG) - RPPS-BH. Em síntese, no que se refere ao Crescimento Salarial, verificou-se como adequada a adoção de hipótese observando-se os seguintes limites mínimos e máximos (Intervalo de Confiança de 95%), respectivamente: Magistério 3,0068% e 3,3928% (Média 3,1998%) e Quadro Geral 1,6222% e 1,9660% (Média 1,7941%). Quanto à tábua de mortalidade geral e tábua de mortalidade de inválidos, foram aplicados diversos testes estatísticos. Observou-se a necessidade de adequação da tábua de mortalidade de inválidos para ambos os planos e a tábua de mortalidade geral do plano FUFIN, além da avaliação, pelo RPPS, da adequação da tábua ao BHPrev, haja vista a identificação de um número de óbitos inferior ao esperado pela tábua vigente. Para testar a taxa de juros mais adequada a ser utilizada na precificação do passivo, foram realizados 4 diferentes cenários, diferenciados entre si pelas premissas de rentabilidade e alocações futuras. O RPPS deverá observar o cenário mais condizente com seu perfil de risco para tomada de decisão em relação à taxa de juros a ser usada como hipótese nas avaliações atuariais vindouras. A taxa de convergência foi apurada por meio de processos estocásticos, sendo gerados 1000 cenários de rentabilidade por ano, com base nas projeções de retorno e risco da carteira. A carteira, por sua vez, foi projetada mensalmente até o final do fluxo atuarial, considerando ingresso de contribuições, pagamento de benefícios, investimentos e desinvestimentos, acumulando-se a rentabilidade a cada exercício. Analisando-se os 1000 cenários anuais, apurou-se como taxa de convergência como sendo aquela em que 50% dos cenários demonstraram rentabilidades superiores e 50% demonstraram rentabilidades inferiores, observada a taxa média ao final do período. Assim, poderíamos concluir que a taxa de convergência é aquela em que há 50% de probabilidade de superarmos, com base na taxa média de rentabilidade final. A adoção de taxas inferiores eleva a probabilidade de acerto, podendo ser adotadas por critérios de conservadorismo.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	4
2	DOS DADOS DISPONIBILIZADOS .....	5
2.1	Tábuas Biométricas .....	5
2.2	Taxa de Juros.....	5
2.3	Crescimento Salarial.....	5
3	METODOLOGIAS APLICADAS – HIPÓTESES BIOMÉTRICAS.....	6
3.1	Teste Kolmogorov-Smirnov.....	6
3.2	Teste Binomial.....	7
3.3	Teste Z.....	9
3.4	Teste Qui-quadrado.....	10
3.5	Desvio Quadrático Médio .....	11
4	METODOLOGIAS APLICADAS – TAXA DE JUROS.....	12
4.1	Projeção dos ativos.....	12
4.2	Premissas de rentabilidade e alocação.....	13
5	METODOLOGIAS APLICADAS – CRESCIMENTO SALARIAL.....	14
6	RESULTADOS - HIPÓTESES BIOMÉTRICAS.....	15
6.1	Mortalidade Geral.....	15
6.2	Mortalidade de Inválidos.....	20
7	RESULTADOS – TAXA DE JUROS .....	24
7.1	Cenário 1.....	24
7.2	Cenário 2.....	25
7.3	Cenário 3.....	26
7.4	Cenário 4.....	28
8	RESULTADOS – CRESCIMENTO SALARIAL .....	29
8.1	Magistério .....	29
8.2	Quadro Geral.....	30
8.3	Considerações acerca da hipótese de crescimento salarial .....	30
9	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	31

# 1 INTRODUÇÃO

*O presente relatório tem como finalidade apresentar os resultados dos estudos estatísticos realizados para avaliar a aderência das hipóteses de crescimento salarial e das tábuas de mortalidade e, ainda, a convergência da taxa de juros. Tais hipóteses são utilizadas nas avaliações atuariais dos planos FUFIN e BHPrev, administrados pelo REGIME PRÓPRIO DE PREVIDÊNCIA SOCIAL DOS SERVIDORES PÚBLICOS DO MUNICÍPIO DE BELO HORIZONTE (MG) - RPPS-BH.*

*Observadas as boas práticas atuariais, as hipóteses utilizadas devem ser sempre as melhores estimativas possíveis para as variáveis adotadas na apuração do custo e do custeio dos planos de benefícios, visando sempre a sustentabilidade e a solvência dos planos de benefícios previdenciários.*

*Conforme disposto na Portaria MPS 403, de 12 de dezembro de 2008, o ente federativo, a unidade gestora do RPPS e o atuário responsável pela elaboração da avaliação atuarial deverão eleger conjuntamente as hipóteses biométricas, demográficas, econômicas e financeiras **adequadas às características da massa de segurados e de seus dependentes para o correto dimensionamento dos compromissos futuros do RPPS.***

*Haja vista a ausência de normatização para realização de estudos de adequação da taxa de juros aos RPPS, adotou-se as diretrizes dispostas na Instrução PREVIC nº 23, de 26 de junho de 2015, a qual estabelece orientações e procedimentos a serem adotados pelas entidades fechadas de previdência complementar na realização dos estudos técnicos que visem atestar a adequação das hipóteses às características da massa de participantes e assistidos e do plano de benefícios de caráter previdenciário.*

*Tais testes são realizados tendo como objetivo principal a adequação e sustentabilidade do plano às necessidades da população segurada, haja vista que a precificação do passivo atuarial está fundamentada em tais hipóteses, adotadas como premissas.*

*Este relatório está estruturado em 9 capítulos, sendo o segundo destinado à descrição dos dados disponibilizados. O terceiro, quarto e quinto capítulos são destinados às metodologias adotadas. Os capítulos seguintes, por sua vez, apresentam os resultados apurados para cada uma das classes de premissas atuariais.*

*De posse dos resultados e das recomendações dispostas no presente relatório, o RPPS, em conjunto ao Ente Federativo, deverá avaliar a manutenção ou alteração das hipóteses testadas ao longo das próximas avaliações atuariais, visando a sustentabilidade do plano de benefícios e, conseqüentemente, da capacidade orçamentária para manutenção do plano de custeio pelo Ente Federativo.*

## **2 DOS DADOS DISPONIBILIZADOS**

### **2.1 Tábuas Biométricas**

*Para realização dos testes de aderência das tábuas biométricas, nos foram disponibilizadas, pelo RPPS-BH, as estatísticas relacionadas aos eventos de falecimentos de segurados válidos e inválidos, separadamente, entre os anos de 2008 e 2017.*

*Foram ainda disponibilizados dados dos participantes expostos aos riscos de mortalidade e de mortalidade de inválidos do mesmo período. Os dados foram disponibilizados de forma consolidada, não segregada por sexo, levando-nos à realização de estudos para ambos os sexos.*

*De posse dos dados e estatísticas de entrada em invalidez tais estudos poderão ser elaborados, visando a análise de adequação, também, da tábua de entrada em invalidez.*

### **2.2 Taxa de Juros**

*Para as análises relativas à convergência da taxa de juros, foram disponibilizados os dados utilizados nos estudos internos de ALM (Asset Liability Management), bem como os ativos de 31 de dezembro de 2017 e sua alocação em títulos e fundos de investimentos.*

*Foi também disponibilizada a meta de alocação futura, ano a ano, dos recursos nos diferentes segmentos de aplicação visando a adequação das projeções de rentabilidade dos ativos no longo prazo.*

*Por solicitação do RPPS, não foram disponibilizadas as premissas de rentabilidade (presente e futura) entre os diferentes segmentos de aplicação, haja vista as incertezas observadas pelos gestores internos. Assim, foram efetuados estudos adicionais de forma a propor cenários condizentes com as expectativas do RPPS, estando as mesmas devidamente fundamentadas no presente relatório.*

### **2.3 Crescimento Salarial**

*Para fins dos estudos relacionados às taxas de crescimento real de salários, foram disponibilizados dados dos segurados ativos com histórico de suas respectivas remunerações, observadas as rubricas que compõem o salário de contribuição. Os dados foram disponibilizados por matrícula, o que nos permitiu acompanhar a evolução salarial da massa de segurados ativos ao longo de todo o período, até sua aposentadoria ou afastamento.*

### 3 METODOLOGIAS APLICADAS – HIPÓTESES BIOMÉTRICAS

Conforme a Portaria MPS 403/2008, para as avaliações e reavaliações atuariais deverão ser utilizadas as Tábuas Biométricas para projeção dos aspectos biométricos dos segurados e de seus dependentes **mais adequadas à respectiva massa**, desde que não indiquem obrigações inferiores às alcançadas pelas seguintes tábuas: I - Sobrevivência de Válidos e Inválidos: Tábua atual de mortalidade elaborada para ambos os sexos pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatísticas - IBGE, divulgada no endereço eletrônico do MPS na rede mundial de computadores - Internet [www.previdencia.gov.br](http://www.previdencia.gov.br), como limite mínimo de taxa de sobrevivência; e II - Entrada em Invalidez: Álvaro Vindas, como limite mínimo de taxa de entrada em invalidez.

Para seleção de tábuas adequadas à massa de segurados fazem-se necessários os testes estatísticos, os quais devem atestar a aderência decorrente da confrontação entre as probabilidades de ocorrência de morte ou invalidez constantes da tábua biométrica utilizada em relação àquelas constatadas junto à massa de segurados considerando.

Considerando os dados disponibilizados pelo RPPS-BH, cujo histórico de eventos compreende os anos de 2008 a 2017, para os diferentes planos analisados, buscou-se a aplicação das diferentes metodologias apresentadas a seguir.

#### 3.1 Teste Kolmogorov-Smirnov

O teste estatístico Kolmogorov-Smirnov (KS) é utilizado para verificar se duas distribuições de probabilidade diferem significativamente uma da outra ou se uma distribuição de probabilidade difere significativamente de uma distribuição em hipótese, fundamentando-se a análise em amostras finitas.

Para o caso em tela, a adoção do Teste KS é utilizada para avaliar a aderência da distribuição de óbitos, entradas em invalidez, rotatividade ou entradas em aposentadoria da população segurada do plano de benefícios exposta aos respectivos riscos.

O teste KS é baseado na maior distância absoluta entre as funções de distribuição acumulada  $F(x)$  e  $G(x)$  sendo estas extraídas dos eventos esperados e observados, respectivamente. As amostras são aleatórias, mutuamente independentes e discretas.

Assim, o teste se dá em função das seguintes hipóteses:

- **$H_0$  (Hipótese Nula):** A distribuição de probabilidade observada se aproxima da distribuição de probabilidade esperada, conforme a tábua adotada como premissa.
- **$H_1$  (Hipótese Alternativa):** A distribuição de probabilidade observada não se aproxima da distribuição de probabilidade esperada, conforme a tábua adotada como premissa.

Com base nas duas distribuições acumuladas, pode-se apurar a seguinte estatística:

- $D_i = \sqrt{[F(x_i) - G(x_i)]^2}$
- $D_{Max} = \text{Máximo } [D_i]$ , onde  $i = 1, 2, (\dots) w$ , sendo  $w$  a última idade da tábua biométrica adotada.

Apurada a divergência máxima ( $D_{Max}$ ) deve-se verificar tal medida comparativamente aos valores tabelados por Kolmogorov-Smirnov, conforme a seguir:

Amostra	alpha = 0.10	alpha = 0.05	alpha = 0.01
5	0,51	<b>0,56</b>	0,67
10	0,37	<b>0,41</b>	0,49
15	0,3	<b>0,34</b>	0,4
20	0,26	<b>0,29</b>	0,35
25	0,24	<b>0,26</b>	0,32
30	0,22	<b>0,24</b>	0,29
40	0,19	<b>0,21</b>	0,25
$n$	1,22/Raiz(n)	<b>1,36/Raiz(n)</b>	1,63/Raiz(n)

Caso a divergência máxima seja superior ao valor tabelado, dado um tamanho de amostra “ $n$ ” e nível de significância  $\alpha$ , deve-se rejeitar a hipótese nula de aderência da tábua biométrica.

### 3.2 Teste Binomial

O teste binomial pode ser aplicado quando se possui grandes amostras de dados, cujos elementos estudados são variáveis aleatórias com distribuição Bernoulli. A distribuição Bernoulli é uma distribuição discreta de espaço amostral  $\{0, 1\}$ , com probabilidades  $P(0) = 1 - q$  e  $P(1) = q$ , complementares.

A probabilidade de morte ( $qx$ ) ou sobrevivência ( $1-qx$ ) numa determinada idade ( $x$ ) ou ainda a probabilidade de invalidez ou permanência na condição de válido numa mesma idade, são exemplos de variáveis aleatórias com distribuição Bernoulli de probabilidade.

Seja  $X$  uma variável aleatória com distribuição de Bernoulli ( $q$ ), temos a seguinte relação:

$$X \sim \text{Bernoulli}(q) \begin{cases} 1, \text{ em caso de óbito / Invalidez (probabilidade } q) \\ 0, \text{ caso contrário (probabilidade } 1-q) \end{cases}$$

Se  $X_1, X_2, \dots, X_n$  são  $n$  variáveis aleatórias com distribuição de Bernoulli independentes com parâmetro  $q$  (probabilidade de sucesso), então a soma dessas variáveis aleatórias é uma variável aleatória  $B$  (número de óbitos / invalidez) com distribuição Binomial ( $n, q$ ), onde a média equivale a  $n \times q$  e variância  $n \times q \times (1-q)$ .

Seja  $q$  uma probabilidade específica de sucesso (óbito/invalidez/ etc). Na medida em que  $n$  cresce, em conformidade ao Teorema Central do Limite, pode-se utilizar a distribuição normal como aproximação razoável para calcular as probabilidades associadas a uma variável aleatória com distribuição binomial. Ou seja,  $B$  possui uma distribuição assintoticamente Normal.

Assim, o teste se dá em função das seguintes hipóteses:

- $H_0$  (Hipótese Nula): Probabilidade observada ( $q$ ) equivale à Probabilidade de esperada ( $q_0$ ).
- $H_1$  (Hipótese Alternativa): Probabilidade observada ( $q$ ) difere da Probabilidade esperada ( $q_0$ ).

A variável aleatória  $B$  possui distribuição assintoticamente Normal, com média  $n \times q_0$  e variância  $n \times q_0 \times (1-q_0)$ .

Logo:

- Se  $B \cong N(n \times q_0, n \times q_0 \times (1-q_0))$

Podemos padronizar a distribuição, extraíndo a seguinte relação:

$$P\left(-Z_{\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{B - (n \times q_0)}{\sqrt{(n \times q_0) \times (1 - q_0)}} \leq Z_{\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

Para testar a hipótese  $H_0$ , dado um nível de significância estatística de  $\alpha$ , pode-se construir um Intervalo de Confiança e verificar se a observação está dentro do intervalo de confiança ou na região crítica.

- O intervalo de  $1-\alpha$  de confiança pode ser obtido mediante a seguinte formulação:

$$IC_{(1-\alpha)} = \left( (n \times q_0) - Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sigma; (n \times q_0) + Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sigma \right)$$

Onde:

$$\sigma = \sqrt{n \times q_0 \times (1 - q_0)}$$

Para construção de um intervalo de confiança de 95%, considera-se  $Z_{\frac{\alpha/2}} = 1,96$ , conforme tabela da distribuição normal.

A hipótese nula, de equivalência das distribuições de probabilidades, não será rejeitada se o valor observado estiver dentro do intervalo de confiança. Será rejeitado, porém, caso o valor observado se situe na região crítica, ou seja, fora do Intervalo de Confiança.



O teste é realizado idade a idade e, também, considerando o total de óbitos observados em relação ao total de óbitos estimados, dado seu intervalo de confiança.

Na primeira análise se pode avaliar a aderência da distribuição de óbitos ou entradas em invalidez da tábua em relação ao observado. Na segunda análise, se avalia a aderência do número total de óbitos ou entradas em invalidez em relação ao esperado.

Para complementar o estudo, pode-se verificar o nível de aderência das tábuas testadas verificando-se o percentual de idades que apresentaram eventos dentro do intervalo de aceitação da própria idade.

### 3.3 Teste Z

Seguindo a mesma lógica estatística apresentada no método anterior, por meio do Teste Z será possível comparar várias tábuas para identificar aquela cuja probabilidade observada mais se aproxima da probabilidade extraída da tábua que está sendo testada.

Dado que a variável aleatória  $B$  possui distribuição Binomial, com média  $n \times q$  e variância  $n \times q \times (1-q)$ , para testar as probabilidades, podemos extrair a seguinte relação: Dividindo-se a variável  $B$  (número de eventos) por  $n$ , teremos uma variável  $P$  (proporção de eventos) que também segue uma distribuição Binomial com parâmetros " $q/n$ " e " $n/n$ ", com média  $q_0$  e variância  $q_0 \times (1 - q_0)/n^1$ .

Logo:

- $P \sim B(q_0, q_0 \times (1 - q_0)/n)$
- $P \cong N(q_0, q_0 \times (1 - q_0)/n)$  sendo  $q_0$  novamente a probabilidade de eventos extraída da tábua testada.

Padronizando a distribuição, temos:

$$\bullet \quad Z_i = \frac{(q - q_0)}{\sqrt{\frac{q_0 \times (1 - q_0)}{n}}} \sim N(0,1)$$

Onde  $q$  refere-se à proporção de eventos obtida pelo número de eventos efetivamente observados no período, em relação aos expostos ao risco ( $n$ ) e  $q_0$  refere-se à probabilidade extraída da tábua biométrica testada, onde  $i$  varia em função da idade testada.

Por fim, ao somarmos as distribuições  $Z_i$ , em todas as idades em que há quantidade suficiente de expostos aos riscos no plano, tem-se uma variável  $SZ$  igualmente com distribuição Normal, média  $O$  (soma das médias) e variância  $n$  (soma das variâncias)<sup>2</sup>. Da

<sup>1</sup> Obtido pela regra geral de transformação de variância, multiplicando-se  $1/n^2$  por  $\text{var}[B]$ .

<sup>2</sup> A soma de variáveis aleatórias Normais é ainda Normal com média igual à soma das médias. Se as variáveis forem independentes a variância é igual à soma das variâncias.

mesma forma, utilizando da formulação anterior, padroniza-se a variável  $SZ$  para torna-la simétrica em torno da média  $O$  e com variância 1.

Caso  $SZP$  (Variável  $SZ$  Padronizada) calculado esteja situado na região crítica da distribuição normal padrão, de acordo com o nível de significância adotado, rejeita-se a hipótese nula, caso contrário, temos a indicação de aderência da tábua testada, conforme teste de hipóteses abaixo:

- **$H_0$  (Hipótese Nula):** Probabilidade de eventos observada ( $q$ ) equivale à Probabilidade de eventos esperada ( $q_0$ ).
- **$H_1$  (Hipótese Alternativa):** Probabilidade de eventos observada ( $q$ ) difere da Probabilidade de eventos esperada ( $q_0$ ).

Um importante pressuposto desse método a ser observado é a presença de amostras significativas em cada uma das idades, dado que se trata de um teste paramétrico, onde se infere a distribuição normal nas diferentes idades.

### 3.4 Teste Qui-quadrado

Por meio do teste estatístico Qui-Quadrado ( $\chi^2$ ), é possível verificar se a população estudada se comporta de forma semelhante à tábua adotada. Tal constatação ocorre quando as divergências entre as frequências observadas e esperadas forem muito pequenas, não significativas.

O índice  $\chi^2$  é calculado pela fórmula abaixo:

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Onde:

$O_i$  = Frequência Observada na idade  $i$ ; e

$E_i$  = Frequência Esperada na idade  $i$ .

O teste estatístico se dá em função das seguintes hipóteses:

- **$H_0$  (Hipótese Nula):** A tábua adotada está aderente à experiência da população estudada ou  $O=E$ .
- **$H_1$  (Hipótese Alternativa):** A tábua adotada não está aderente à experiência da população estudada ou  $O \neq E$

Após o cálculo do  $\chi^2$ , verifica-se o ' $\chi^2$  Crítico' levando-se em consideração o nível de significância adotado e os graus de liberdade. O mesmo será denotado como  $\chi^2_{gl/\alpha}$ , onde 'gl' demonstra os Graus de Liberdade e ' $\alpha$ ' o Nível de Significância.

Adotou-se 5,00% como nível de significância, sendo este o erro máximo de aceitação. O teste revela que, se o  $\chi^2$  for superior ao ' $\chi^2$  Crítico', a hipótese nula ( $H_0$ ) deve ser rejeitada. Em contrapartida, se o  $\chi^2$  for inferior ao ' $\chi^2$  Crítico' a hipótese nula ( $H_0$ ) não deve ser rejeitada ao nível de significância definido.

Dentre as inúmeras tábuas testadas seleciona-se prioritariamente aquelas onde o teste nos indica não ser possível rejeitar a hipótese nula, com confiança estatística.

Importante destacar que, conforme bibliografia científica, um importante pressuposto do teste é possuir, em todas as faixas analisadas, um número de eventos esperados igual ou maior que 5. Assim, as faixas etárias são constituídas agregando-se as idades de forma a se respeitar o pressuposto.

### 3.5 Desvio Quadrático Médio

Como forma complementar de avaliar os riscos de não adequação das tábuas biométricas, apura-se o Desvio Quadrático Médio (DQM) por ano e por idade, sendo esta medida calculada mediante a formulação a seguir:

$$DQM = \sqrt{\sum_{i=1}^n (E_i^{Obs} - E_i^{Esp})^2 / (n)}$$

Onde,

*DQM* Refere-se ao Desvio Quadrático Médio apurado entre os eventos observados e esperados;

$E_i^{Obs}$  Refere-se aos eventos observados no ano (ou idade)  $i$  de observação;

$E_i^{Esp}$  Refere-se aos eventos esperados no ano (ou idade)  $i$  de observação;

$i$  refere-se à variável "ano de análise" ou "idade de análise" sendo  $n$  o número de anos utilizados no período ou idades analisadas.

Por meio dessa análise, as tábuas mais aderentes são aquelas que demonstram menor Desvio Quadrático Médio. Trata-se de uma metodologia que, apesar de não demonstrar resultados conclusivos com base em significância estatística, se mostra adequada para comparar diferentes tábuas, caso os testes estatísticos não sejam conclusivos.

## 4 METODOLOGIAS APLICADAS – TAXA DE JUROS

### 4.1 Projeção dos ativos

*A taxa de juros mais adequada a ser utilizada como taxa de desconto para apuração do valor presente dos fluxos de benefícios e contribuições de um plano de benefícios é aquela que corresponde ao valor esperado da rentabilidade futura dos investimentos. Isso porque em cálculos atuariais, são descontados valores de longuíssimo prazo a valor presente.*

*Assim, deve-se buscar o que denominamos como taxa de convergência, por meio de estudos prospectivos. Tais estudos visam comprovar a aderência das hipóteses de rentabilidade dos investimentos ao plano de custeio e ao fluxo futuro de receitas de contribuições e de pagamento de benefícios projetados.*

*Para realização dos estudos prospectivos, foram considerados inicialmente os ativos do RPPS (Plano BHPrev) na data base de 31/12/2017, nos diferentes segmentos de aplicação, contemplando a integralidade do patrimônio garantidor de benefícios.*

*Tais ativos foram projetados, paralelamente aos fluxos atuariais, de forma a se verificar os investimentos e desinvestimentos previstos, mês a mês. Os títulos de renda fixa adquiridos e marcados a vencimento foram projetados considerando os fluxos de pagamento do cupom e do principal em cada data de evento. Os recursos alocados em Fundos de Investimentos foram projetados líquidos da taxa de administração verificada no regulamento dos Fundos.*

*Com base em premissas de alocação, devidamente explicadas mais a diante, projetou-se os recursos do plano previdenciário, líquidos do pagamento de benefícios, de forma a se apurar o retorno esperado dos investimentos, mês a mês. Apurados os retornos esperados em base mensal, foram calculados os retornos acumulados em cada exercício, bem como a volatilidade (risco) esperada da carteira, com base em sua composição do final do exercício.*

*A volatilidade, por sua vez, foi associada aos indexadores dos ativos. Ativos marcados a vencimento (NTN-B já contratadas) foram considerados com risco zero. Os recursos disponíveis para investimento em renda fixa foram associados à volatilidade da SELIC, enquanto que os de renda variável à volatilidade do índice IBOVESPA.*

*Importante frisar que a risco foi considerado ponderando-se tais volatilidades ao peso de alocação da carteira nos diferentes perfis, conforme a seguir:*

- a) Renda Fixa – Títulos já Adquiridos e marcados a vencimento: Livre de risco*
- b) Renda Fixa – Fundos já Adquiridos e marcados a valor de mercado: Selic*
- c) Renda Fixa – Recursos disponíveis e alocados em títulos de renda fixa: Selic*
- d) Renda Variável - Recursos disponíveis e alocados em ações: Ibovespa*

*Destaca-se que os ativos foram projetados com base em taxa real de juros. Da mesma forma, os indexadores utilizados foram considerados de forma líquida de inflação.*

*De posse do risco e do retorno em cada um dos anos futuros, até o encerramento do fluxo atuarial, foram realizadas projeções estocásticas, pelo método de Monte-Carlo.*

*A taxa de convergência foi, então, apurada por meio desses processos estocásticos, sendo gerados 1000 cenários de rentabilidade por ano, com base nas projeções de retorno e risco da carteira. Analisando-se os 1000 cenários anuais, apurou-se como taxa de convergência como sendo aquela em que 50% dos cenários demonstraram rentabilidades superiores e 50% demonstraram rentabilidades inferiores, observada a taxa média ao final do período.*

*Assim, podemos concluir que a taxa de convergência é aquela em que há 50% de probabilidade de superarmos, com base na taxa média de rentabilidade final. A adoção de taxas inferiores eleva a probabilidade de acerto, podendo ser adotadas por critérios de conservadorismo.*

## **4.2 Premissas de rentabilidade e alocação**

*Por solicitação do RPPS, não foram disponibilizadas as premissas de rentabilidade (presente e futura) entre os diferentes segmentos de aplicação, haja vista as incertezas observadas pelos gestores internos. Assim, foram efetuados estudos adicionais de forma a propor cenários condizentes com as expectativas do RPPS, estando as mesmas devidamente fundamentadas a seguir.*

*Para testar a taxa de juros mais adequada a ser utilizada na precificação do passivo, foram realizados 4 diferentes cenários, diferenciados entre si pelas premissas de rentabilidade e alocações futuras.*

*Quanto à rentabilidade da renda fixa, considerou-se como referência o Boletim Focus do Banco Central do Brasil, com data de consulta em 14 de setembro de 2018, sendo perpetuado o último ano. Foram realizados cenários de rentabilidade 100% e de 105% do SELIC aos ativos alocados em Renda Fixa, ano a ano.*

*Já em relação à renda variável, por sua vez, visando melhor fundamentação do retorno dos ativos alocados em bolsa, adotou-se o conceito de prêmio de risco, visto que o investimento em ativos de maior volatilidade só é racional se houver a expectativa de um maior retorno. Considera-se, assim, a relação da renda variável brasileira em relação ao ativo livre de risco (Títulos Públicos).*

Com base em estudos de Aswath Damodaran<sup>3</sup>, professor de finanças da Stern School of Business at New York University, foi considerado um prêmio de risco de 3,46%. Tais estudos foram atualizados para janeiro de 2018, e considera visão de longo prazo para diversos países.

Assim, foram desenvolvidos os seguintes cenários:

<p><b>Cenário 1:</b></p> <p>Renda Fixa: 100% da SELIC</p> <p>Renda Variável: Evolução da alocação até 10% e rebalanceamentos em 30%</p>	<p><b>Cenário 2:</b></p> <p>Renda Fixa: 105% da SELIC</p> <p>Renda Variável: Evolução da alocação até 10% e rebalanceamentos em 30%</p>
<p><b>Cenário 3:</b></p> <p>Renda Fixa: 100% da SELIC</p> <p>Renda Variável: Evolução da alocação até 15% e rebalanceamentos em 30%</p>	<p><b>Cenário 4:</b></p> <p>Renda Fixa: 105% da SELIC</p> <p>Renda Variável: Evolução da alocação até 15% e rebalanceamentos em 30%</p>

O RPPS deverá observar o cenário mais condizente com seu perfil de risco para tomada de decisão em relação à taxa de juros a ser usada como hipótese nas avaliações atuariais vindouras

## 5 METODOLOGIAS APLICADAS – CRESCIMENTO SALARIAL

Adotou-se como metodologia principal para análise da aderência da taxa de crescimento real dos salários o método retrospectivo, por meio do qual se avaliou, individualmente, a variação salarial ano a ano para, então, apurar a média real (acima da inflação) para a população de segurados ativos. A análise do crescimento salarial foi realizada para todos os segurados ativos que compunham a base de dados, independente do status atual. Dessa forma, foi possível computar, na busca da taxa média, os servidores durante sua exposição ao risco de elevação salarial.

Para apuração da taxa real de crescimento salarial, apurou-se a variação acumulada no período de exposição, descontando-se, ano a ano, o índice de inflação (IPCA). Por fim, apurou-se a taxa real anual individual mediante média geométrica do período.

Destaca-se que, anteriormente à apuração das médias, foi efetuado um saneamento dos dados pela exclusão de outliers. Foram, ainda, analisadas as dispersões das variações salariais para apuração de intervalo de confiança estatístico.

<sup>3</sup> Damodaran, A. (s.d.). Country Default Spreads and Risk Premiums. Acesso em 30 de junho de 2018, disponível em: [http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New\\_Home\\_Page/datafile/ctryprem.html](http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/New_Home_Page/datafile/ctryprem.html)

Adicionalmente, visando a adoção de métodos prospectivos, buscou-se modelos preditivos, avaliando-se a correlação dos salários e da variação salarial ao tempo desde a admissão. Foram estudados modelos de regressão simples e regressão múltipla na busca de equações, mas não nos foi possível identificar modelos com poder explicativo razoável. ( $R^2$  ajustado igual ou maior que 90%).

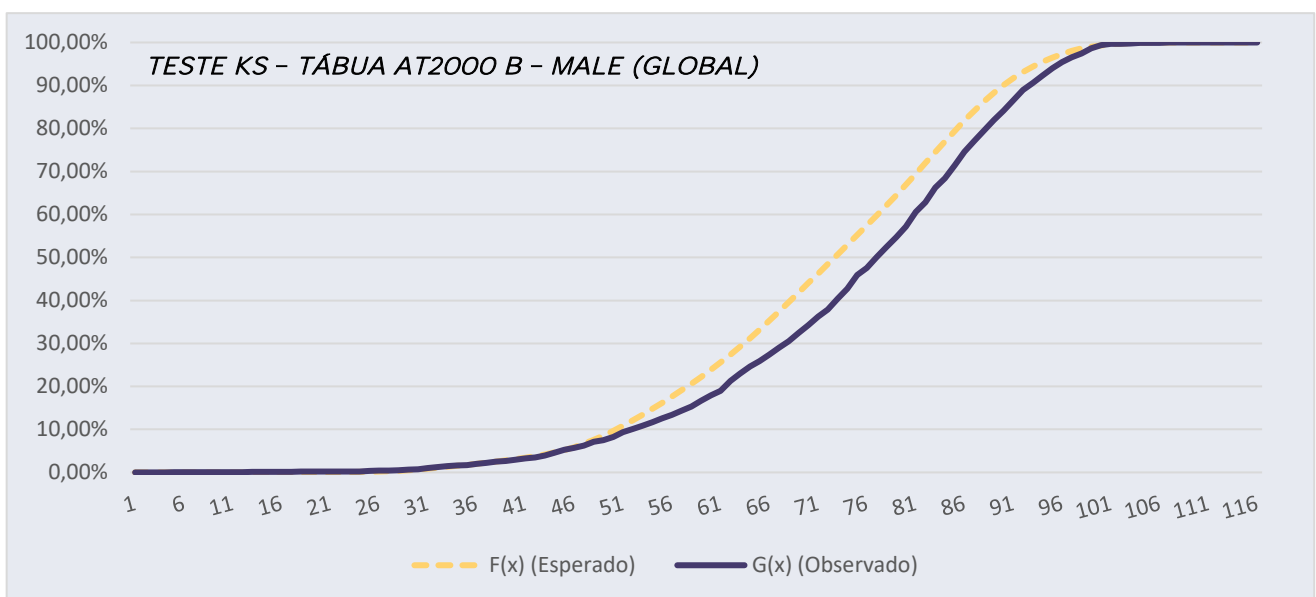
## 6 RESULTADOS - HIPÓTESES BIOMÉTRICAS

Para realização do presente trabalho, buscou-se a aplicação das diferentes metodologias apresentadas, considerando-se o histórico de eventos dos últimos 10 anos (exercícios de 2008 a 2017) disponibilizados pelo RPPS-BH.

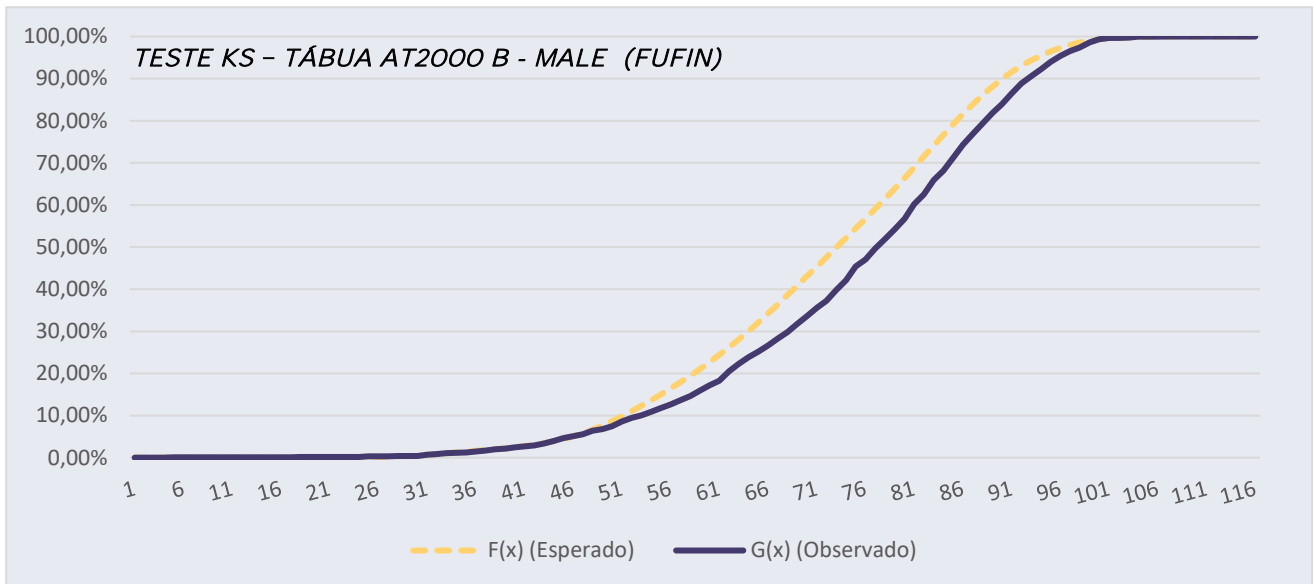
### 6.1 Mortalidade Geral

Atualmente é adotada tábua AT-2000 B MALE, para ambos os sexos, como hipótese de mortalidade geral aos planos administrados pelo RPPS-BH. Foram aplicados os diferentes testes estatísticos apresentados, visando à análise da adequação da referida hipótese ou a necessidade de substituição da mesma, conforme demonstrado a seguir:

KOLMOGOROV-SMIRNOV - GLOBAL	TESTE K-S	Critical statistic	Resultado
AT 2000 - Básica - M	0,1057	0,1268	Não Rejeita $H_0$
AT 2000 - M Desag. 20%	0,1053	0,1268	Não Rejeita $H_0$
AT 2000 - Básica - F	0,0420	0,1268	Não Rejeita $H_0$
AT 2000 - F Desag. 20%	0,0408	0,1268	Não Rejeita $H_0$
IBGE 2016	0,1984	0,1268	Rejeita $H_0$



KOLMOGOROV-SMIRNOV - FUFIN	TESTE K-S	Critical statistic	Resultado
AT 2000 - Básica - M	0,1032	0,1268	Não Rejeita H0
AT 2000 - M Desag. 20%	0,1029	0,1268	Não Rejeita H0
AT 2000 - Básica - F	0,0399	0,1268	Não Rejeita H0
AT 2000 - F Desag. 20%	0,0387	0,1268	Não Rejeita H0
IBGE 2016	0,1938	0,1268	Rejeita H0



Os testes Kolmogorov-Smirnov foram realizados para a massa de segurados dos planos FUFIN e BHPPrev de forma consolidada e também separadamente para o Plano FUFIN, não sendo possível sua aplicação de forma segregada ao plano BHPPrev, haja vista a média de eventos observados no período ter se mostrado insignificante estatisticamente. Importante destacar que, para este plano, tem-se o histórico apenas dos 6 últimos exercícios.

De toda forma, os testes demonstraram que, a exceção da tábua IBGE, aquelas advindas da família AT2000 se mostram aderentes quanto à distribuição de óbitos ao longo das idades.

De posse destes resultados, deve-se analisar, entre as tábuas não rejeitadas pelo teste KS aquelas que demonstram menor divergência entre o esperado e o observado pelos demais testes.

TESTE BINOMIAL ~ GLOBAL	Média	Variância	Limite Inferior	Limite Superior	Observado
AT 2000 - Básica - M	353,79	686,43	302	405	172,6
AT 2000 - M Desag. 20%	254,59	500,49	211	298	172,6
AT 2000 - Básica - F	238,11	462,22	196	280	172,6
AT 2000 - F Desag. 20%	171,35	336,97	135	207	172,6



TESTE BINOMIAL ~ FUFIN	Média	Variância	Limite Inferior	Limite Superior	Observado
AT 2000 - Básica - M	347,95	674,13	297	399	170,9
AT 2000 - M Desag. 20%	250,40	491,64	207	294	170,9
AT 2000 - Básica - F	234,75	455,13	193	277	170,9
AT 2000 - F Desag. 20%	168,93	331,88	133	205	170,9

TESTE BINOMIAL ~ BHPREV	Média	Variância	Limite Inferior	Limite Superior	Observado
AT 2000 - Básica - M	5,84	19,42	0	14	2,83
AT 2000 - M Desag. 20%	4,20	13,96	0	12	2,83
AT 2000 - Básica - F	3,36	11,19	0	10	2,83
AT 2000 - F Desag. 20%	2,42	8,04	0	8	2,83

Pelo teste Binomial, observa-se que, apenas a Tábua AT2000 - F Desagravada em 20% (destacada em azul) apresentaria um número de eventos dentro do intervalo de confiança de 95%, tanto para a massa global de segurados, quanto para os segurados do plano FUFIN. Para o plano BHPrev, o número de eventos observados se situa dentro do intervalo de confiança construído para todas as tábuas, não sendo conclusivo.

De forma geral, o teste demonstra que a mortalidade dos segurados do RPPS se situa mais próximo à Tábua AT 2000 - F Desagravada em 20%, mais longeva que a vigente.

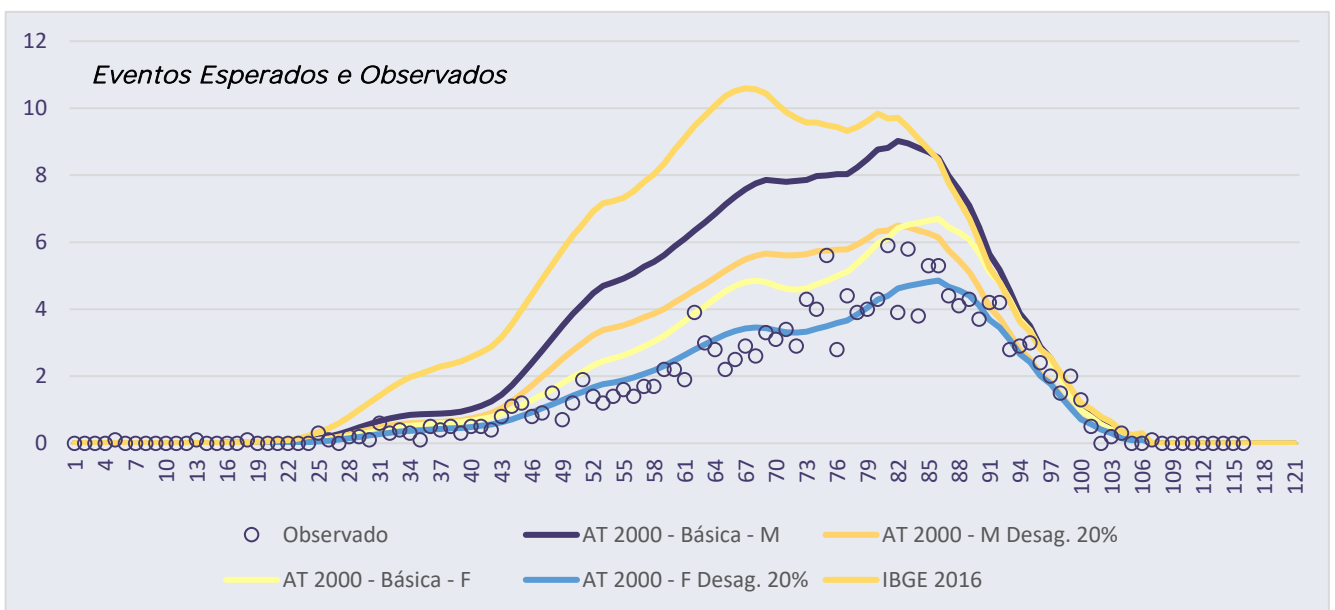
Qui-quadrado ~ GLOBAL	Estatística $Q^2$	G. de Liberdade	Critical statistic	Resultado
AT 2000 - Básica - M	101,00	57	75,62	Rejeita $H_0$
AT 2000 - M Desag. 20%	37,73	57	75,62	Não Rejeita $H_0$
AT 2000 - Básica - F	25,87	78	99,62	Não Rejeita $H_0$
AT 2000 - F Desag. 20%	10,79	76	97,35	Não Rejeita $H_0$

Qui-quadrado ~ FUFIN	Estatística $Q^2$	G. de Liberdade	Critical statistic	Resultado
AT 2000 - Básica - M	98,07	57	75,62	Rejeita $H_0$
AT 2000 - M Desag. 20%	36,25	57	75,62	Não Rejeita $H_0$
AT 2000 - Básica - F	25,40	78	99,62	Não Rejeita $H_0$
AT 2000 - F Desag. 20%	10,86	76	97,35	Não Rejeita $H_0$

Qui-quadrado ~ BHPREV	Estatística $Q^2$	G. de Liberdade	Critical statistic	Resultado
AT 2000 - Básica - M	3,80	57	75,62	Não Rejeita $H_0$
AT 2000 - M Desag. 20%	3,58	57	75,62	Não Rejeita $H_0$
AT 2000 - Básica - F	6,32	78	99,62	Não Rejeita $H_0$
AT 2000 - F Desag. 20%	7,70	76	97,35	Não Rejeita $H_0$

Para o teste Qui-quadrado, observou-se que apenas quando se analisa separadamente os segurados do plano BHPrev não haveria evidências significativas para rejeição da tábua vigente.

TESTE Z - GLOBAL	Eventos Esperados	Eventos Observados	Z <sub>calculado</sub>	Resultado
AT 2000 - Básica - M	354	173	7,40	Rejeita
AT 2000 - M Desag. 20%	255	173	3,53	Rejeita
AT 2000 - Básica - F	238	173	2,79	Rejeita
AT 2000 - F Desag. 20%	171	173	0,92	Não Rejeita



Pelo Teste Z se observa que, analisando-se a massa de segurados do RPPS, apenas a Tábua AT 2000 - F Desagravada em 20% não seria rejeitada, o que se observa também pelo gráfico maior proximidade entre os óbitos observados e aqueles esperados. O mesmo ocorre quando analisado separadamente os segurados do Plano FUFIN, conforme tabela abaixo.

TESTE Z - FUFIN	Eventos Esperados	Eventos Observados	Z <sub>calculado</sub>	Resultado
AT 2000 - Básica - M	348	171	7,22	Rejeita
AT 2000 - M Desag. 20%	250	171	3,41	Rejeita
AT 2000 - Básica - F	235	171	2,71	Rejeita
AT 2000 - F Desag. 20%	169	171	0,96	Não Rejeita

Já para o plano BHPrev, talvez pelo tempo analisado e pelo quantitativo de eventos, não haveria evidências para rejeitar as tábuas testadas.

TESTE Z - BHPREV	Eventos Esperados	Eventos Observados	Z <sub>calculado</sub>	Resultado
AT 2000 - Básica - M	10	3	1,78	Não Rejeita
AT 2000 - M Desag. 20%	7	3	1,22	Não Rejeita
AT 2000 - Básica - F	6	3	0,87	Não Rejeita
AT 2000 - F Desag. 20%	4	3	0,36	Não Rejeita

Quanto ao número de eventos observados e esperados ano a ano, temos os seguintes resultados apurados:

Ano	DIVERGÊNCIA Observado - Esperado (GLOBAL) <sup>4</sup>				
	Tábua 1	Tábua 2	Tábua 3	Tábua 4	Tábua 5
2008	-97,377	-26,849	-13,124	33,759	-177,876
2009	-135,576	-58,824	-43,956	7,084	-224,436
2010	-117,688	-35,865	-20,611	33,975	-209,884
2011	-140,628	-53,225	-37,261	21,148	-237,690
2012	-134,661	-40,808	-23,808	38,965	-237,333
2013	-217,910	-116,711	-99,456	-31,463	-326,675
2014	-285,040	-176,251	-158,848	-85,432	-398,619
2015	-216,655	-100,421	-82,697	-4,011	-335,270
2016	-238,977	-115,104	-97,206	-13,079	-362,736
2017	-227,406	-95,854	-78,126	11,561	-354,448
<b>TOTAL</b>	<b>-1811,918</b>	<b>-819,913</b>	<b>-655,094</b>	<b>12,508</b>	<b>-2864,969</b>
<b>DQM Ano</b>	<b>190,819</b>	<b>93,367</b>	<b>78,740</b>	<b>35,943</b>	<b>295,655</b>

Ano	DIVERGÊNCIA Observado - Esperado (FUFIN)				
	Tábua 1	Tábua 2	Tábua 3	Tábua 4	Tábua 5
2008	-97,377	-26,849	-13,124	33,759	-177,876
2009	-135,576	-58,824	-43,956	7,084	-224,436
2010	-117,688	-35,865	-20,611	33,975	-209,884
2011	-140,628	-53,225	-37,261	21,148	-237,690
2012	-134,363	-40,875	-24,066	38,499	-235,716
2013	-213,595	-113,898	-97,394	-30,263	-316,886
2014	-280,530	-174,142	-157,943	-85,907	-385,549
2015	-208,133	-95,144	-79,058	-2,240	-315,511
2016	-227,140	-107,441	-91,670	-9,944	-336,951
2017	-215,484	-88,689	-73,401	13,551	-327,190
<b>TOTAL</b>	<b>-1770,513</b>	<b>-794,951</b>	<b>-638,483</b>	<b>19,662</b>	<b>-2767,690</b>
<b>DQM Ano</b>	<b>185,798</b>	<b>90,405</b>	<b>76,792</b>	<b>35,857</b>	<b>284,134</b>

Ano	DIVERGÊNCIA Observado - Esperado (BHPrev)				
	Tábua 1	Tábua 2	Tábua 3	Tábua 4	Tábua 5
2012	-0,299	0,067	0,257	0,466	-1,617
2013	-4,315	-2,814	-2,062	-1,200	-9,789
2014	-4,510	-2,109	-0,905	0,475	-13,071
2015	-8,523	-5,278	-3,639	-1,771	-19,759
2016	-11,837	-7,663	-5,536	-3,135	-25,785
2017	-11,922	-7,166	-4,726	-1,990	-27,258
<b>TOTAL</b>	<b>-41,405</b>	<b>-24,962</b>	<b>-16,611</b>	<b>-7,154</b>	<b>-97,279</b>
<b>DQM Ano</b>	<b>6,276</b>	<b>3,877</b>	<b>2,671</b>	<b>1,371</b>	<b>14,379</b>

<sup>4</sup> Tábua 1: AT 2000 - Básica - M  
Tábua 2: AT 2000 - M Desag. 20%  
Tábua 3: AT 2000 - Básica - F  
Tábua 4: AT 2000 - F Desag. 20%  
Tábua 5: IBGE 2016 e IBGE 2016

A análise anual nos demonstra que há uma melhor aderência da tábua AT 2000 - F Desagravada em 20% em todos os estudos realizados, seja para a massa global de segurados, seja para os planos em separado.

Conclusivamente, como os testes Binomial, Qui-quadrado e Teste Z não apresentaram rejeição à tábua vigente para o Plano BHPrev, é possível mantê-la, porém, estudando-se sua migração para tábuas mais longevas nos próximos exercícios. É provável que a não rejeição da tábua vigente pelos estudos estatísticos tenha ocorrido pelo pequeno histórico de dados (6 anos) e pelo quantitativo de eventos e não por uma maior mortalidade do grupo.

Em se tratando de uma massa de segurados mais jovens, é natural que haja maior longevidade da mesma, se comparada às gerações anteriores.

Para o Plano FUFIN, porém, dada a significância estatística dos testes, sugere-se sua adequação já a partir da próxima avaliação atuarial.

## 6.2 Mortalidade de Inválidos

Para análise de aderência das tábuas de mortalidade de inválidos, haja vista o quantitativo de expostos e eventos entre os segurados do BHPrev, optou-se por realizar os estudos com o grupo consolidado de segurados do RPPS.

Atualmente é adotada tábua AT2000 Básica MALE, como hipótese de mortalidade de inválidos aos planos FUFIN e BHPrev administrados pelo RPPS-BH. Foram aplicados os diferentes testes estatísticos apresentados visando a análise da adequação da referida hipótese ou a necessidade de substituição da mesma, conforme demonstrado a seguir.

KOLMOGOROV-SMIRNOV - GLOBAL	TESTE K-S	Critical statistic	Resultado
AT 2000 - Básica - M	0,1462	0,1268	Rejeita H0
CSO-58	0,1013	0,1268	Não Rejeita H0
WINKLEVOSS	0,0914	0,1268	Não Rejeita H0
IBGE 2016 e IBGE 2016	0,0859	0,1268	Não Rejeita H0
EXP. IAPC	0,1020	0,1268	Não Rejeita H0

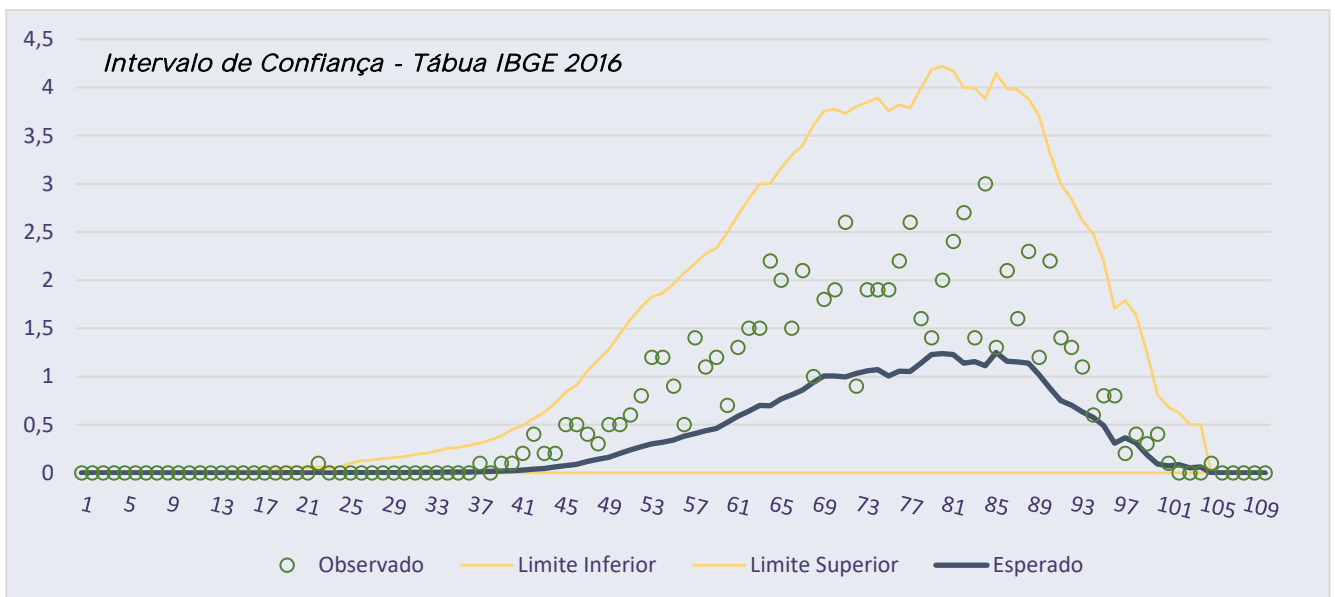
O teste KS demonstrou a não aderência da tábua vigente aos eventos de mortalidade de inválidos do RPPS, sendo conclusivo quanto à necessidade de adequação da hipótese. Tal fato se observa, pois a referida tábua é referência à mortalidade geral e não especificamente à população de inválidos.

O teste Binomial demonstrou aderência às tábuas CSO-58 e WINKLEVOSS, rejeitando todas as demais, visto que o número de eventos se mostrou em região crítica, fora do intervalo de confiança de 95%.

TESTE BINOMIAL ~ GLOBAL	Média	Variância	Limite Inferior	Limite Superior	Observado
AT 2000 - Básica - M	34,27	63,36	19	50	77,2
CSO-58	78,56	134,18	56	101	77,2
WINKLEVOSS	85,26	155,81	61	110	77,2
IBGE 2016	39,58	73,52	23	56	77,2
EXP. IAPC	171,08	251,08	140	202	77,2

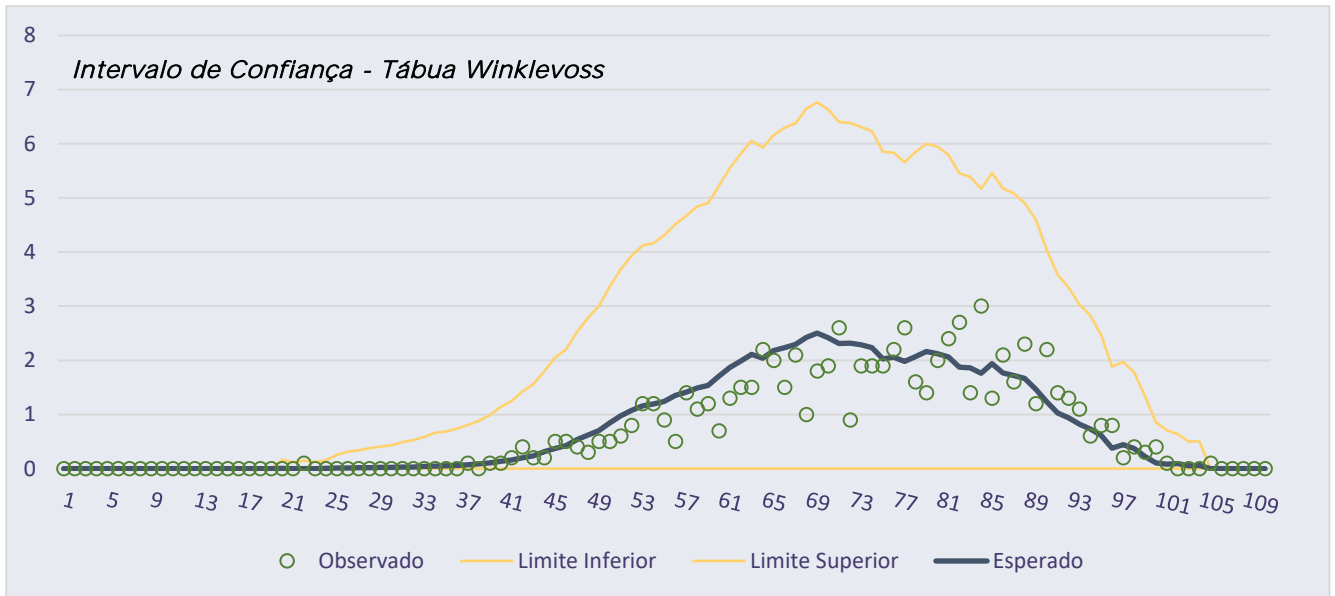
Destaca-se que a tábua IBGE2016 foi utilizada nos testes, apesar de se tratar de tábua de mortalidade geral da população brasileira tendo em vista as disposições da Portaria 403/2008, que a denota como referência para fins de mortalidade de inválidos.

Se analisarmos o gráfico a seguir verificaremos que em praticamente todas as idades em que houve óbito de inválidos o número de observações foram superiores ao esperado pela Tábua IBGE 2016. Não obstante, por força de norma, deve-se tem em conta a adoção da mesma como referência.



Se analisarmos o mesmo gráfico construído para a tábua WINKLEVOSS se poderá observar maior aderência, havendo ao longo das idades um número de eventos acima e em outras idades abaixo do esperado, estando, em média, aderentes.

O mesmo ocorre com a tábua CSO58, conforme se poderá observar pelo gráfico a seguir.



Pelo teste qui-quadrado, similar ao teste Kolmogorov-Smirnov, apenas a tábua vigente é rejeitada pelo teste e as tábuas CSO-58 e Winklevoss demonstram maior aderência.

Qui-quadrado ~ GLOBAL	Estatística $Q^2$	G. de Liberdade	Critical statistic	Resultado
AT 2000 - Básica - M	106,64	57	75,62	Rejeita $H_0$
CSO-58	15,98	57	75,62	Não Rejeita $H_0$
WINKLEVOSS	11,53	78	99,62	Não Rejeita $H_0$
IBGE 2016	63,42	76	97,35	Não Rejeita $H_0$
EXP. IAPC	59,52	76	97,35	Não Rejeita $H_0$

Já para o Teste Z, similar ao Binomial, apenas as tábuas CSO-58 e Winklevoss não foram rejeitadas, demonstrando serem as mais adequadas do ponto de vista estritamente técnico.

TESTE Z - BHPREV	Eventos Esperados	Eventos Observados	$Z_{\text{calculado}}$	Resultado
AT 2000 - Básica - M	34	77	8,23	Rejeita
CSO-58	79	77	1,06	Não Rejeita
WINKLEVOSS	85	77	0,55	Não Rejeita
IBGE 2016	40	77	5,90	Rejeita
EXP. IAPC	171	77	5,55	Rejeita

Quanto às análises anuais de eventos ocorridos e observados, verificamos, novamente, uma maior aderência das tábuas CSO-58 e Winklevoss sendo estas as que menor divergência demonstraram no período. A tábua CSO-58 apresentou apenas 13 óbitos esperados a maior que o ocorrido, enquanto que a Winklevoss demonstrou um número de eventos esperados superior ao ocorrido em 80 óbitos.

A tábua vigente apresentava como número de eventos esperados 429 óbitos menor que o ocorrido, enquanto que a IBGE2006 esperava 376 óbitos a menos que o ocorrido e a tábua EXP-IAPC, por sua vez, esperava 938 óbitos a mais.

O Desvio quadrático médio da Tábua CSO-58 foi apurado em 13,5, enquanto que da Winklevoss foi de 15,45.

Ano	DIVERGÊNCIA (Observado - Esperado) <sup>5</sup>				
	Tábua 1	Tábua 2	Tábua 3	Tábua 4	Tábua 5
2008	43,711	-7,866	-12,195	38,124	-116,513
2009	55,552	5,537	1,186	50,002	-98,040
2010	44,361	-4,623	-9,134	38,822	-102,280
2011	41,643	-4,312	-10,739	36,416	-102,192
2012	48,852	2,257	-3,308	43,634	-94,592
2013	21,854	-23,005	-29,665	16,684	-118,983
2014	50,284	8,983	1,259	45,139	-80,980
2015	45,238	5,290	-2,331	40,037	-78,041
2016	60,649	24,845	14,720	55,532	-51,098
2017	17,184	-20,751	-30,412	11,819	-96,099
<b>TOTAL</b>	<b>429,328</b>	<b>-13,646</b>	<b>-80,618</b>	<b>376,207</b>	<b>-938,818</b>
<b>DQM Ano</b>	<b>44,846</b>	<b>13,503</b>	<b>15,454</b>	<b>39,791</b>	<b>95,755</b>

Nesse ínterim, destaca-se, as disposições da Portaria 403/2008 transcritas a seguir:

Art. 6º Para as avaliações e reavaliações atuariais deverão ser utilizadas as Tábuas Biométricas Referenciais para projeção dos aspectos biométricos dos segurados e de seus dependentes mais adequadas à respectiva massa, **desde que não indiquem obrigações inferiores às alcançadas pelas seguintes tábuas:**

I - Sobrevivência de Válidos e Inválidos: Tábua atual de mortalidade elaborada para ambos os sexos pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatísticas - IBGE, divulgada no endereço eletrônico do MPS na rede mundial de computadores - Internet [www.previdencia.gov.br](http://www.previdencia.gov.br), como limite mínimo de taxa de sobrevivência. (Original sem grifo)

Assim, afora as indicações dos testes, que indicariam a substituição da atual tábua pelas tábuas CSO-58 ou Winklevoss, tendo em vista as normas vigentes, recomenda-se a alteração da tábua AT2000 Básica MALE pela Tábua do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatísticas, reduzindo parcialmente a longevidade estimada e aproximando os eventos esperados dos ocorridos.

<sup>5</sup> Tábua 1: AT 2000 - Básica - M

Tábua 2: CSO-58

Tábua 3: WINKLEVOSS

Tábua 4: IBGE 2016

Tábua 5: EXP. IAPC

## 7 RESULTADOS – TAXA DE JUROS

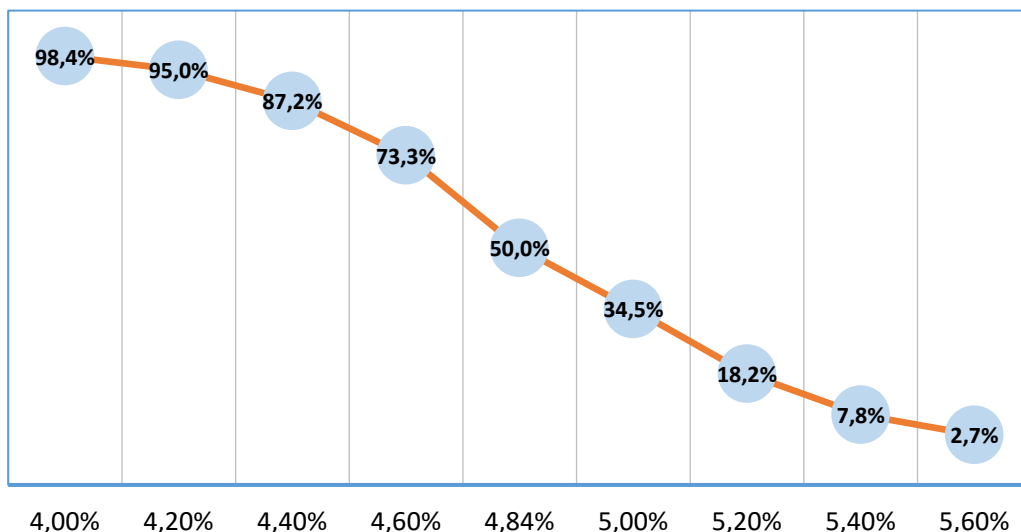
Observada a metodologia de projeção dos ativos garantidores dos benefícios do Plano BHPrev, conforme capítulo 4, foram apuradas as taxas de convergência demonstradas nos tópicos a seguir.

Conforme mencionado, o RPPS deverá observar o cenário mais condizente com seu perfil de risco para tomada de decisão em relação à taxa de juros a ser usada como hipótese nas avaliações atuariais vindouras

### 7.1 Cenário 1

O cenário 1 considera a rentabilidade da renda fixa, a exceção dos títulos já adquiridos, equivalente a 100% da SELIC projetada. Para renda variável, considerou-se a evolução da alocação em bolsa em 1% ao ano até o atingimento dos 10% tidos como meta. Dada a rentabilidade, projetou-se rebalanceamentos da carteira quando do atingimento de 30% da carteira em renda variável.

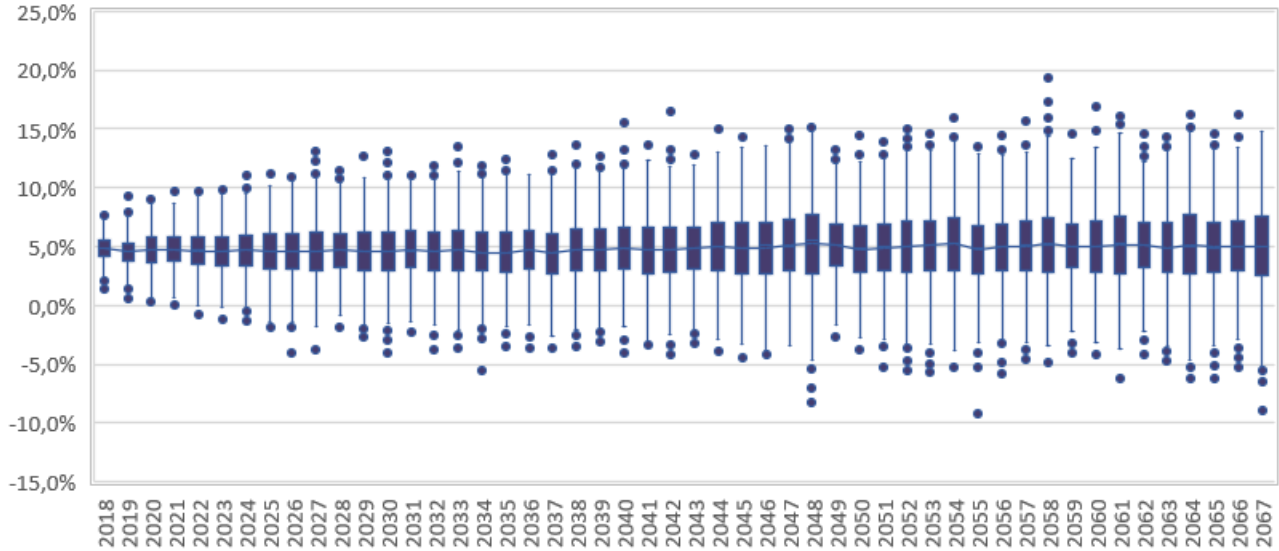
Assim, dadas as projeções de rentabilidade, realizadas por processos estocásticos, apurou-se a taxa de 4,84% como sendo a taxa de convergência. Ou seja, seria essa a rentabilidade cuja probabilidade de atingimento seria de 50%, observado todo o fluxo futuro de contribuições, benefícios, investimentos e desinvestimentos, conforme premissas de rentabilidade e alocações adotados.



Pelo cenário 1, a probabilidade de a taxa de rentabilidade média ao final do período ser superior à taxa vigente seria de 25,68%, o que demandaria adequação da hipótese atuarial, sob risco de geração de perdas atuariais e consequente insolvência no plano de benefícios.



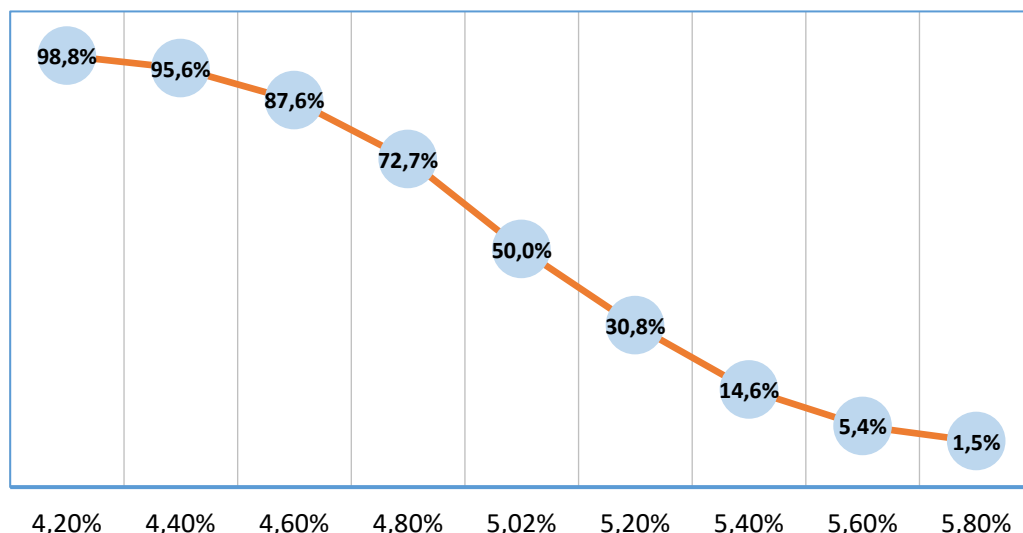
Pelo Gráfico a seguir são apresentados Boxplot das rentabilidades em cada um dos exercícios, observados os 1000 cenários gerados por processos estocásticos.



Assim, para atingimento da atual hipótese, faz-se necessário a adoção de maior exposição aos riscos, tendo em vista a observância das premissas adotadas no presente estudos.

## 7.2 Cenário 2

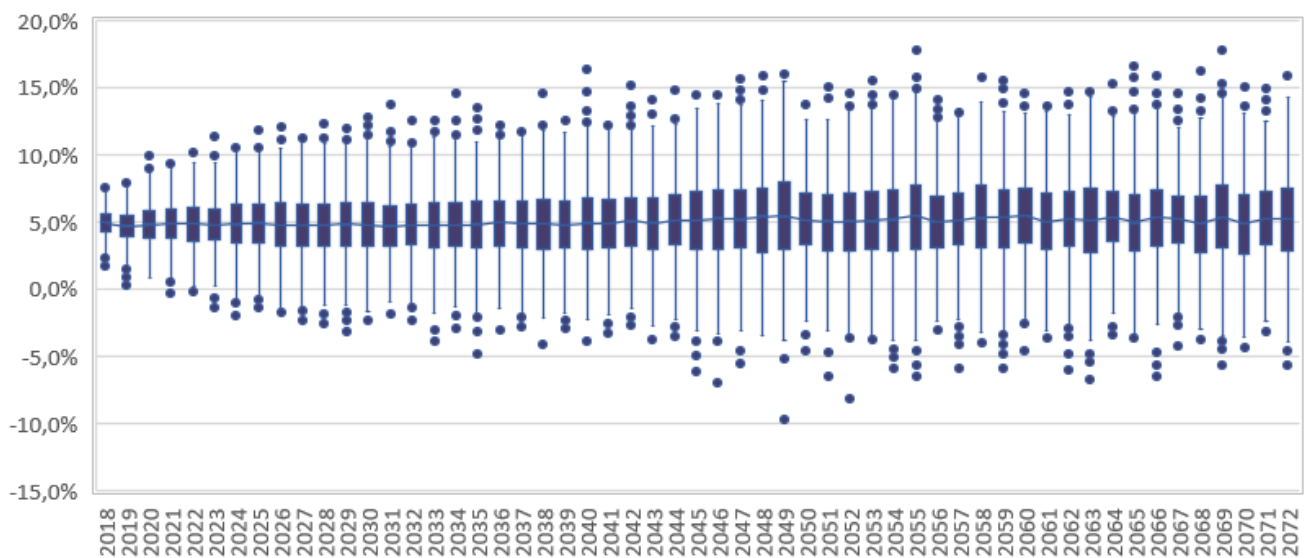
O cenário 2 considera a rentabilidade da renda fixa, a exceção dos títulos já adquiridos, equivalente a 105% da SELIC projetada. Para renda variável, considerou-se a evolução da alocação em bolsa em 1% ao ano até o atingimento dos 10% tidos como meta. Dada a rentabilidade, projetou-se rebalanceamentos da carteira quando do atingimento de 30% da carteira em renda variável.



*Dadas as projeções de rentabilidade, realizadas por processos estocásticos, apurou-se a taxa de 5,02% como sendo a taxa de convergência. Ou seja, seria essa a rentabilidade cuja probabilidade de atingimento seria de 50%, observado todo o fluxo futuro de contribuições, benefícios, investimentos e desinvestimentos, conforme premissas de rentabilidade e alocações adotados.*

*Conforme os estudos do cenário 2, a probabilidade de a taxa de rentabilidade média ao final do período ser superior à taxa vigente seria de 41,06%, se aproximando do ideal (50%).*

*Pelo Gráfico a seguir são apresentados Boxplot das rentabilidades em cada um dos exercícios, observados os 1000 cenários gerados por processos estocásticos.*



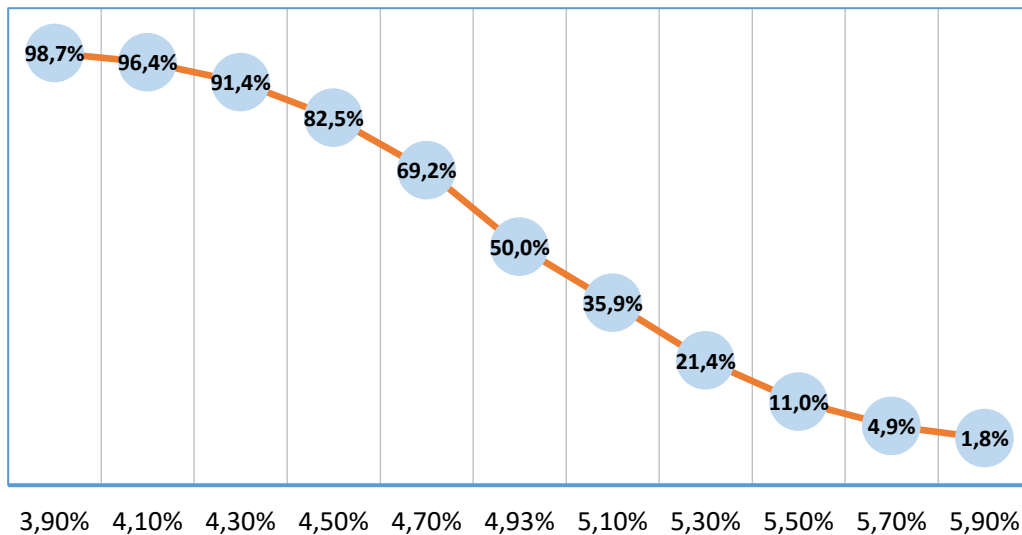
*Assim como no Cenário 1, para atingimento da atual hipótese, faz-se necessário a adoção de maior exposição aos riscos, tendo em vista a observância das premissas adotadas no presente estudos.*

### 7.3 Cenário 3

*O cenário 3 considera a rentabilidade da renda fixa, a exceção dos títulos já adquiridos, equivalente a 100% da SELIC projetada. Para renda variável, considerou-se a evolução da alocação em bolsa em 1% ao ano até o atingimento dos 15% tidos como meta. Dada a rentabilidade, projetou-se rebalanceamentos da carteira quando do atingimento de 30% da carteira em renda variável.*

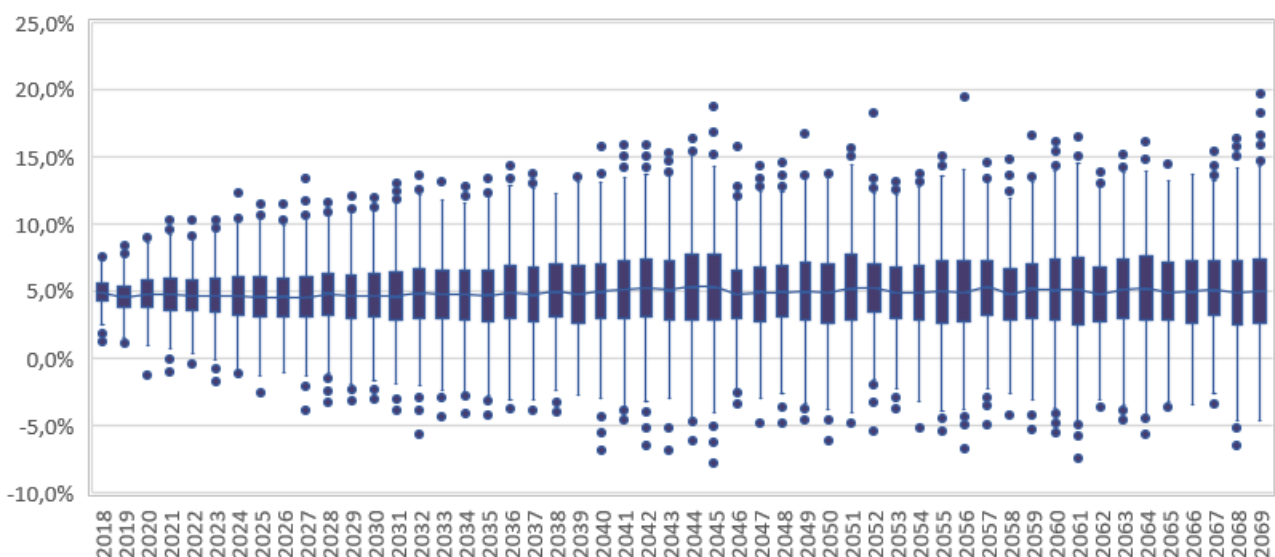
*Foram apurados os seguintes resultados:*

Dadas as projeções de rentabilidade, realizadas por processos estocásticos, apurou-se a taxa de 4,93% como sendo a taxa de convergência. Ou seja, seria essa a rentabilidade cuja probabilidade de atingimento seria de 50%, observado todo o fluxo futuro de contribuições, benefícios, investimentos e desinvestimentos, conforme premissas de rentabilidade e alocações adotados.



Conforme os estudos do cenário 3, a probabilidade de a taxa de rentabilidade média ao final do período ser superior à taxa vigente seria de 35,88%, o que demandaria adequação da hipótese atuarial, sob risco de geração de perdas atuariais e consequente insolvência no plano de benefícios.

Pelo Gráfico a seguir são apresentados Boxplot das rentabilidades em cada um dos exercícios, observados os 1000 cenários gerados por processos estocásticos.

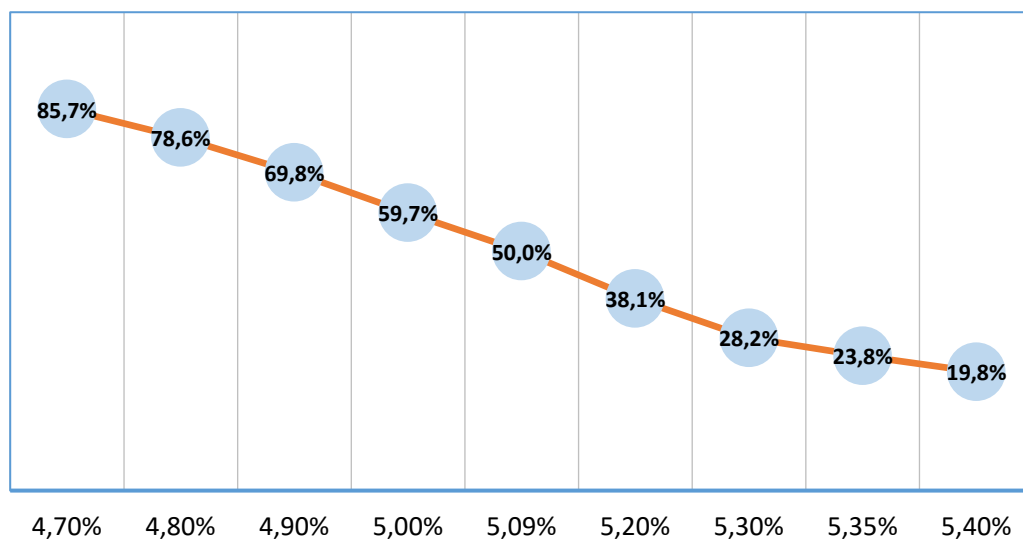


Para atingimento da atual hipótese, apesar da maior exposição em renda variável, se comparado aos cenários 1 e 2, seria necessário buscar melhores rentabilidades em renda fixa (meta de 105% da SELIC), se observadas as premissas adotadas no presente estudos.

#### 7.4 Cenário 4

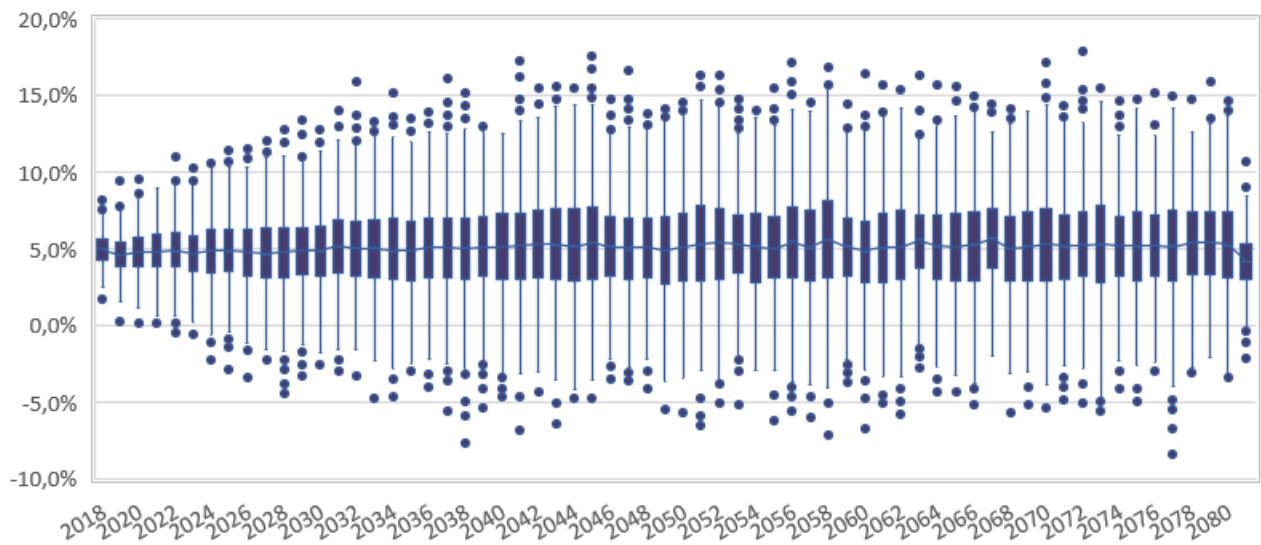
O cenário 4 considera a rentabilidade da renda fixa, a exceção dos títulos já adquiridos, equivalente a 105% da SELIC projetada. Para renda variável, considerou-se a evolução da alocação em bolsa em 1% ao ano até o atingimento dos 15% tidos como meta. Dada a rentabilidade, projetou-se rebalanceamentos da carteira quando do atingimento de 30% da carteira em renda variável.

Dadas as projeções de rentabilidade, realizadas por processos estocásticos, apurou-se a taxa de 5,09% como sendo a taxa de convergência. Ou seja, seria essa a rentabilidade cuja probabilidade de atingimento seria de 50%, observado todo o fluxo futuro de contribuições, benefícios, investimentos e desinvestimentos, conforme premissas de rentabilidade e alocações adotados.



Conforme os estudos do cenário 4, a probabilidade de a taxa de rentabilidade média ao final do período ser superior à taxa vigente seria de 48,86%, muito próximo dos 50% do adequado.

Pelo Gráfico a seguir são apresentados Boxplot das rentabilidades em cada um dos exercícios, observados os 1000 cenários gerados por processos estocásticos.



Os estudos do cenário 4 demonstram que seria essa a alocação ideal caso a intenção seja pela manutenção da atual hipótese atuarial de taxa de juros, qual seja, 5,10%. A alocação mais agressiva (elevação da alocação em menor tempo) em renda variável, dado o prêmio de risco, elevaria a probabilidade de atingimento da taxa vigente ao final do período, como taxa média.

## 8 RESULTADOS – CRESCIMENTO SALARIAL

Observada as metodologias para estudos retrospectivos de aderência do crescimento salarial, conforme capítulo 5, foram apurados os resultados demonstrados a seguir:

### 8.1 Magistério

Pela análise do crescimento salarial dos PROFESSORES vinculados aos planos FUFIN e BHPPrev, de forma consolidada, observado o histórico desde o exercício de 2008, foram apurados os seguintes resultados:

ANÁLISE DO CRESCIMENTO SALARIAL MÉDIO	MAGISTÉRIO
LIMITE INFERIOR (IC <sub>95%</sub> )	3,0068%
<b>MÉDIA</b>	<b>3,1998%</b>
LIMITE SUPERIOR (IC <sub>95%</sub> )	3,3928%

Observou-se, no período mencionado, um crescimento salarial médio, real, de 3,1998% ao ano entre os professores vinculados aos planos administrados pelo RPPS-BH.

## 8.2 Quadro Geral

Pela análise do crescimento salarial dos DEMAIS SERVIDORES vinculados aos planos FUFIN e BHPrev, de forma consolidada, observado o histórico desde o exercício de 2008, foram apurados os seguintes resultados:

ANÁLISE DO CRESCIMENTO SALARIAL MÉDIO	QUADRO GERAL
LIMITE INFERIOR (IC <sub>95%</sub> )	1,6222%
<b>MÉDIA</b>	<b>1,7941%</b>
LIMITE SUPERIOR (IC <sub>95%</sub> )	1,9660%

Observou-se, no período mencionado, um crescimento salarial médio, real, de 1,7941% ao ano para o quadro geral de segurados vinculados aos planos administrados pelo RPPS-BH.

## 8.3 Considerações acerca da hipótese de crescimento salarial

Sabe-se que a hipótese de crescimento salarial a ser adotada nos estudos tem relação direta sobre as políticas de recursos humanos adotadas pelo empregador e patrocinador dos planos de benefícios, no caso o Ente Federativo.

Assim, apesar dos estudos estatísticos, e dado que o mesmo foi feito por meio de uma análise retroativa, sugere-se a coleta, junto à Prefeitura, de uma manifestação acerca da hipótese que deverá ser considerada ao longo das próximas avaliações atuárias.

Tal prática deverá ser exigida a partir das alterações previstas na Portaria 403/2008, conforme minuta transcrita a seguir:

Art. 17. A unidade gestora do RPPS deverá solicitar dos representantes do ente federativo informações e **manifestação fundamentada das hipóteses econômicas e financeiras relacionadas ao estabelecimento de políticas ou à execução de programas e atividades sob responsabilidade do ente**, especialmente daquelas **relacionadas à gestão de pessoal**, para subsidiar a escolha e a análise da aderência.

*Parágrafo único. Na circunstância de não serem apresentadas as informações e a manifestação prevista neste artigo, **cabará à unidade gestora do RPPS encaminhar ao atuário as informações de que dispõe para a definição das hipóteses mencionadas no caput**, devendo constar do Relatório da Avaliação Atuarial as informações obtidas para a definição dessas hipóteses. (original sem grifo)*

*Algo similar ocorre entre as Entidades Fechadas de Previdência Complementar (EFPC) que demandam dos patrocinadores manifestação acerca das hipóteses que guardam relação com suas atividades, tais como crescimento salarial e rotatividade.*

## **9 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

*Destacamos que os estudos realizados foram desenvolvidos com base nos dados disponibilizados pelo Regime Próprio de Previdência Social dos Servidores Públicos do Município de Belo Horizonte (MG) - RPPS-BH, conforme disposições do presente relatório e foram efetuados com base em metodologias cientificamente reconhecidas.*

*Quanto à hipótese de crescimento salarial, recomenda-se a análise dos resultados conjuntamente ao setor de recursos humanos do Ente Federativo, de forma à definição daquelas que serão as práticas futuras. Se aderentes ao passado, recomenda-se adotar aquelas apuradas pelos estudos estatísticos elaborados e devidamente apresentados no presente documento.*

*Quanto à taxa de juros, por sua vez, recomenda-se analisar os cenários e optar por aquele que converge ao perfil de risco do RPPS.*

*Importante destacar ainda que as hipóteses atuariais devem ser sempre as melhores estimativas possíveis para as variáveis que determinam o custo dos planos de benefícios. Para tanto, estudos estatísticos como os apresentados são de grande relevância para seleção de tais premissas.*

*Belo Horizonte, 26 de setembro de 2018.*



*Rafael Porto de Almeida  
Atuário - MIBA 1.738*